FRP 抗剪加固混凝土梁的分析与设计模型

Analysis and Design Model of FRP Shear-Strengthened Concrete Beams

（申请清华大学工学硕士学位论文）

培 养 单 位： 土木工程系

学　　科： 土木工程

研 究 生： 曲　哲

指 导 教 师： 叶 列 平 教 授

二〇〇八年三月

摘　要

纤维增强复合材料（Fiber Reinforced Polymer，简称 FRP）加固混凝土技术已经在土木工程领域得到广泛的应用，其中一项重要的应用就是在钢筋混凝土梁的梁腹外部粘贴 FRP 片材以提高其抗剪承载力。本文搜集整理了国内外文献中报告的 FRP 抗剪加固混凝土梁的试验资料，并完成了一组 FRP 抗剪加固混凝土梁的试验研究，给出了详细的试验量测记录。在此基础上，本文就 FRP 抗剪加固混凝土梁的分析模型与设计模型进行研究。

在分析模型方面，本文首先针对钢筋混凝土梁抗剪行为的数值模拟，探讨了修正压力场理论与转角软化桁架模型的异同。通过分析一组经典的钢筋混凝土梁的抗剪试验，比较了两者的分析效果。研究表明，转角软化桁架模型概念清晰，分析结果相对较好。其次，本文分别对外贴 FRP 的分离式建模与整体式建模中的关键问题进行研究。在分离式建模方面，基于试验观测与理论分析，指出了梁腹混凝土的复杂应力状态对 FRP-混凝土界面粘结滑移关系的影响，初步提出了适用于 U 形 FRP 加固混凝土梁的修正方法。在整体式建模方面，本文提出了实用的等效 FRP 应力-应变关系，并通过对试验中 U 形 FRP 抗剪加固混凝土梁进行有限元分析，验证了该模型的有效性。分析结果同时表明，对钢筋混凝土梁抗剪行为的模拟，仍然是这一领域的难点所在。

在设计模型方面，本文以上述研究成果为基础，提出了考虑梁腹复杂应力对 FRP 剥离应变影响的折减系数，以及考虑剪跨比、FRP 配纤率、配箍率和纵筋配筋率综合影响的梁腹斜裂缝角度的计算公式。与试验结果的比较说明，这些公式对现有设计公式有所改进并且能够得到偏于安全的结果。

关键词：FRP　抗剪加固　混凝土　分析模型　设计模型

Abstract

Fiber reinforced polymer (FRP) composites have found wide applications in the strengthening of reinforced concrete (RC) structures, among which is the shear strengthening technique of RC beams by externally bonded FRP sheets or strips. Experimental data of FRP shear-strengthened RC beams in literature are retrieved. An experimental study on FRP shear-strengthened RC beams follows and detailed test results are provided. All these test data provide a firm foundation for the following study of this paper, which mainly focuses on some key issues of the analysis and design models of the mechanical behavior of FRP shear-strengthened RC beams.

The analysis model of RC beams is firstly investigated by examining the modified compression field theory (MCFT) and the rotating angle-softened truss model (RA-STM). The mechanical behavior of a series of RC beams failing in shear in a widely-used benchmark experiment is analyzed using the above two models to show that the RA-STM has clear concepts and generally give better results. Key issues in the both separated and integrated modeling techniques of FRP composites are then discussed. To the separated modeling, the influence of the complicated stress state in the cracked beam web over the FRP-to-concrete bond-slip relationship is studied based on experimental observations and necessary analysis. A preliminary modification to the current FRP-to-concrete bond-slip relationships in RC beams strengthened by FRP U-jackets is proposed. To the integrated modeling, a practical equivalent stress-strain relationship for FRP strips is proposed and preliminarily verified by comparing finite element analysis results with the experimental responses of RC beams strengthened by FRP U-jackets. It is also shown that the simulation of the shear behavior of RC beams is still a major problem in this area.

Based on the above findings, a reduction factor of FRP debonding strain is introduced to the design model taking into account the influence of complicated stress state. An equation of determining the inclined angle of diagonal cracks on the beam web is proposed, which takes all the major parameters such as the shear span-to-depth ratio, FRP stirrup ratio, steel stirrups ratio and longitudinal steel reinforcement ratio into account. Compared with test results, it is concluded that these formulas improves the current design models while yielding conservative results.

Keywords: FRP, concrete, shear strengthening, analysis model, design model

目　录

第 1 章　引言 1
1.1　课题的背景 1
1.2　FRP 抗剪加固混凝土梁的基本力学行为 1
1.3　本课题主要研究内容 4
第 2 章　试验研究 6
2.1　概述 6
2.2　试验方案 11
2.3　试验结果 14
2.3.1　试验现象 14
2.3.2　荷载-位移曲线 17
2.3.3　混凝土及 FRP 应变分布 21
第 3 章　分析模型 27
3.1　概述 27
3.2　基于转动裂缝的混凝土本构关系 31
3.2.1　模型的介绍以及实现 31
3.2.2　与试验结果的对比 37
3.3　考虑复杂应力状态的 FRP-混凝土粘结滑移关系 41
3.3.1　模型的建立 41
3.3.1　与试验结果的对比 47
3.4　等效 FRP 应力应变关系 52
3.4.1　模型的建立 52
3.4.2　与试验结果的对比 55
第 4 章　设计模型 66
4.1　概述 66
4.2　FRP 剥离应变 67
4.2.1　现有计算公式 67
4.2.2　考虑复杂应力状态的修正 69
4.3　斜裂缝角度 71

4.3.1　现有计算方法 71
4.3.2　基于修正压力场理论的截面条带模型 72
4.3.3　建议的斜裂缝角度计算公式 74
4.4　小结 77
第 5 章　结论 78
参考文献 79
致谢与声明 84

第1章　引言

1.1　课题的背景

20 世纪末，随着混凝土结构加固改造工程需求的增大以及人们对纤维增强复合材料（Fiber Reinforced Polymer，简称 FRP）工程性能认识的不断加深，FRP 加固混凝土技术开始广泛应用于土木工程领域。其中一项重要的应用就是在钢筋混凝土梁的梁腹外部粘贴 FRP 片材以提高其抗剪承载力。在 FRP 抗剪加固混凝土梁中，FRP 的作用类似于钢筋混凝土梁中的箍筋，然而 FRP 与混凝土之间的界面行为却是加固设计中不可忽视的问题。为了合理的设计 FRP 抗剪加固混凝土梁，各国学者开展了广泛的研究，总结出许多分析与设计方法，其中一些已被设计规范所采用。

然而相对于广泛的工程应用，FRP 抗剪加固混凝土梁的力学性能尚有很多问题未研究清楚。其中一部分是钢筋混凝土梁本身未解决的问题，比如能够正确模拟混凝土剪切开裂行为的本构关系；还有一部分是引入 FRP 材料后出现的新问题，比如 FRP-混凝土界面的粘结滑移关系等；另外还有一些是 FRP 材料加入后对原有钢筋混凝土梁力学性能的影响，比如 FRP 对钢筋混凝土梁腹斜裂缝角度的影响。

总结前人已有的研究成果，对 FRP 抗剪加固混凝土梁的力学行为进行深入的研究，仍具有指导规范编制和工程应用的现实意义。

1.2　FRP抗剪加固混凝土梁的基本力学行为

常用的 FRP 抗剪加固混凝土梁的方法主要有 U 形粘贴、侧面粘贴与包裹粘贴三种，如图 1.1 所示[1]。在这三种方法中，既可以粘贴 FRP 条带，也可以粘贴连续的 FRP 布材，FRP 的纤维方向也可以有不同的选择。

(a) U 形粘贴　　(b) 侧面粘贴　　(c) 包裹粘贴

图 1.1　FRP 抗剪加固混凝土梁的主要形式

试验研究表明，FRP 抗剪加固混凝土梁的斜截面破坏主要有 FRP 拉断和 FRP 剥离两种模式。对于绝大多数包裹粘贴和一小部分 U 形粘贴加固的混凝土梁，其斜截面破坏由 FRP 拉断控制；而对于绝大多数侧面粘贴和大部分 U 形粘贴加固的混凝土梁，其斜截面破坏由 FRP 剥离控制[2]。虽然包裹粘贴加固能够更加充分的利用 FRP 的强度，从而更加有效地提高混凝土梁的抗剪承载力，但是它的施工难度相对较大，在实际工程中的应用受到限制。与之相比，U 形粘贴和侧面粘贴的施工难度相当。试验研究表明，由于 U 形粘贴 FRP 条带的一端近似于理想锚固，其加固效果更好，因此 U 形加固在工程中的应用更加广泛[1]。本文只研究由 FRP 剥离控制的破坏模式，并以 U 形加固为主要研究对象。

与箍筋类似，FRP 在梁腹出现斜裂缝之前基本不参与受力。斜裂缝出现后，被斜裂缝穿过处 FRP 应变迅速增大，随着裂缝的张开 FRP 逐渐剥离并最终退出工作。在加载后期，梁腹所有 FRP 相继退出工作并导致钢筋混凝土梁失效。对于 U 形条带粘贴的情况，靠近加载点处斜裂缝上方的 FRP 粘贴长度短，裂缝一般也相对较窄；靠近剪跨中部斜裂缝上方的 FRP 粘贴长度长，然而裂缝也通常较宽。因此这两个位置的 FRP 条带都有可能首先退出工作，视具体情况而不同。靠近支座的 FRP 条带通常最后退出工作。

对于图 1.2 中 FRP U 形加固混凝土梁上被斜裂缝穿过的中间 FRP 条带，其不同加载阶段的受力行为如图 1.3 所示。在加载的早期，梁腹斜裂缝宽度较小，斜裂缝处 FRP 尚未达到其剥离应变，FRP-混凝土界面的粘结应力尚有发展空间（图 1.3a）。随着斜裂缝宽度的增大，斜裂缝附近的 FRP 逐渐剥离，并从斜裂缝处开始向两侧扩展形成剥离区域。该区域内 FRP-混凝土界面粘结应力下降为零，界面粘结应力峰值出现的位置由斜裂缝处向梁的上下两侧移动。当 FRP 剥离区域达到 FRP 的自由端时，FRP 条带完全剥离并退出工作。

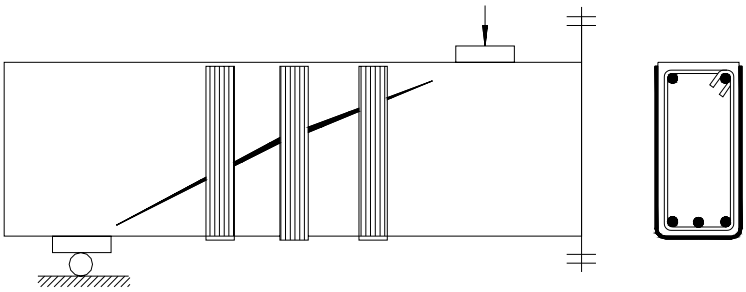
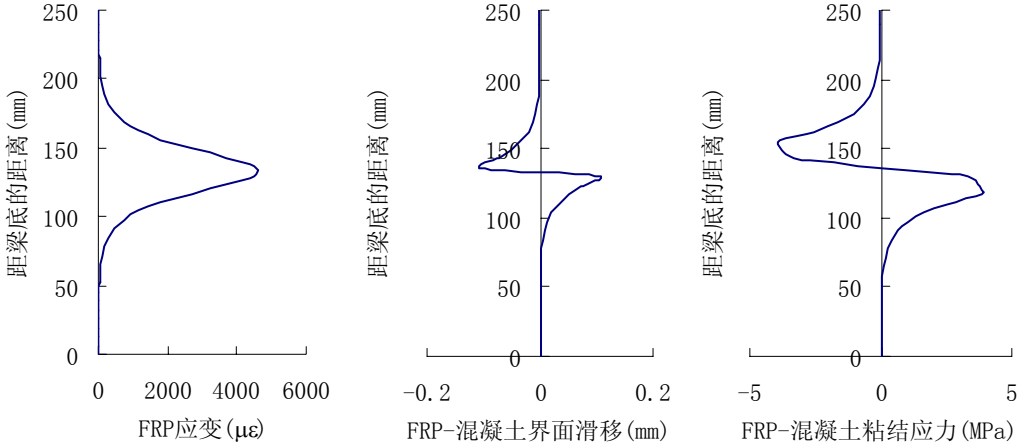
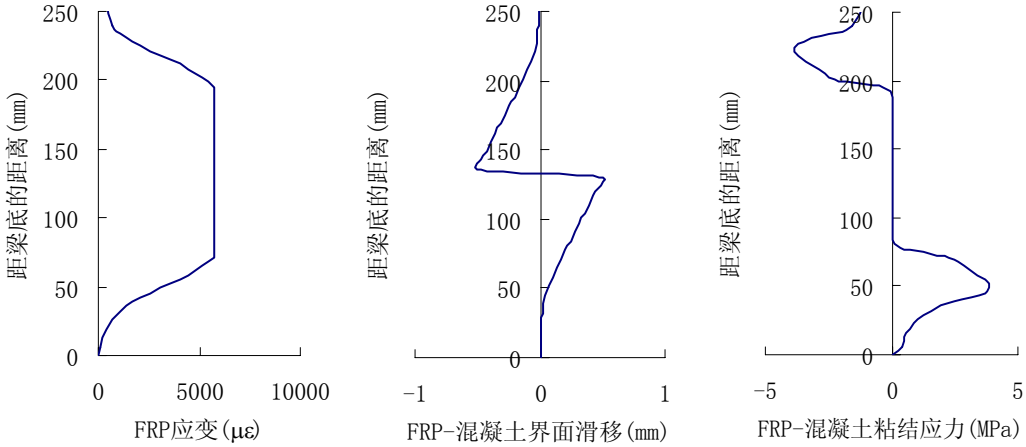


图 1.2　FRP U 形加固钢筋混凝土梁示意图



(a) 加载早期



（b）加载后期

图 1.3　FRP 条带及 FRP-混凝土界面的受力行为

对于侧面粘贴加固的情况，FRP 在梁的上下两侧各有一个自由端，两端都有可能剥离以致 FRP 退出工作；而对于 U 形粘贴加固的情况，FRP 的下端与梁底 FRP 相连（图 1.2）。此处 FRP-混凝土界面滑移始终为零，可视为固定端，因此 FRP 只可能因梁顶附近的自由端剥离而退出工作。这可以作为 U 形粘贴加固优于侧面粘贴加固的一般解释。

1.3　本文研究的主要内容

对于 FRP 抗剪加固混凝土梁的抗剪性能，可以建立分析模型与设计模型。分析模型旨在通过合理、完整的力学模型，模拟加载过程中 FRP 抗剪加固混凝土梁的主要力学行为，如荷载-挠度曲线，FRP 应力-滑移曲线等。分析模型通常需要满足力学分析的三个基本条件，即平衡条件、协调条件以及本构方程。有限元方法是目前固体力学领域中最为常用的分析方法。分析模型有助于深入认识 FRP 抗剪加固混凝土梁的受力机理，然而与工程实践尚有较大的距离。设计模型面向工程设计应用，一般只关注构件的极限平衡状态。设计模型往往需要以大量的试验数据为基础进行参数拟合。

本文将在前人研究的基础上，以 U 形 CFRP 加固混凝土梁为主要研究对象，就分析模型与设计模型中的个别问题进行研究。

本文第 2 章在总结现有相关试验数据的基础上，介绍了作者完成的一组 U 形 CFRP 加固无腹筋混凝土梁的试验情况。文中给出了详细的试验量测记录，包括构件的荷载、位移，混凝土和 FRP 的应变等试验结果。

本文第 3 章的主要工作如下：

(1) 在商业有限元程序中嵌入了基于转动裂缝的混凝土本构模型，并将其用于一组钢筋混凝土梁受剪破坏的有限元分析，指出了该模型的不足。

(2) 以简化的梁腹 FRP 有限元模型为基础，通过修正现有的 FRP-混凝土粘结滑移关系，建立了考虑复杂应力状态的 FRP-混凝土粘结滑移关系。

(3) 建立了用于 FRP 整体式建模的等效 FRP 应力应变关系，并将其用于一组 FRP 抗剪加固钢筋混凝土梁的有限元分析。

分析结果表明，在建立 FRP 抗剪加固混凝土梁的分析模型时，主要的困难仍然来自混凝土在剪切作用下的本构关系。这并非 FRP 的加入带来的新问题，

各国学者在这一问题上已经开展了几十年的深入研究，本文不拟对此问题做更加深入讨论。

本文第 4 章的工作主要是将第 3 章的分析成果用于建立设计模型。该章在现有设计模型的基础上，提出了斜裂缝角度的计算方法和 FRP 剥离应变的修正公式，可以直接应用于工程设计。

第2章　试验研究

2.1　概述

早上 20 世纪末，各国学者就开展了许多有针对性的试验研究以确定 FRP 加固对于混凝土梁抗剪承载力的提高作用。不少学者都曾整理出试验资料库以建立设计公式（[2]-[7][17]等）。本文搜集了近 10 年来各国学者完成的 41 根 U 形 FRP 加固混凝土梁的试验数据。为防止数据多次引用可能出现的人为错误，本文数据只包含直接引用的数据，即每例试验的所有数据都直接从原文获得或与原文核对过。出现在他人数据库中但未能找到原文的数据暂不采用。这些试验数据的一些统计信息如表 2.1 所示。具体数据列于表 2.2。

表 2.1　试验数据库的基本统计信息

试验信息	不同情况试验的试件个数		
试验跨的剪跨比	小于 1：1 个	1~3：27 个	大于 3：13 个
FRP 类型	AFRP：1 个	CFRP：33 个	GFRP：7 个
试件截面形状	T 形：17 个	矩形：24 个	
试验跨配置箍筋	有箍筋：21 个	无箍筋：20 个	
FRP 粘贴角度	45 度：2 个	90 度：39 个	
FRP 粘贴形式	条带粘贴：18 个	连续粘贴：23 个	
FRP 最大应变	有记录：23 个	无记录：18 个	
斜裂缝角度	有记录：20 个	无记录：21 个	

所有 41 根试验梁的混凝土轴心抗压强度分布在 20~45MPa 之间。大多数试验梁的剪跨比在 1~3 之间，且采用纤维方向与梁纵向呈 90 度的 CFRP 粘贴加固。在试验中，FRP 应变容易量测，并且是非常有用的试验结果。41 个试验梁中的大多数给出了 FRP 最大应变的量测结果，然而没有试验给出 FRP 条带或连续布材在沿纤维方向上的应变分布。同时，大多数试验没有直接给出梁腹斜裂缝角度的记录，表 2.2 中列出的斜裂缝角度，一部分是文献直接给出的，一部分是根据文献中的试件照片估测的。表 2.3 列出了本文用到的一些未加固钢筋混凝土梁的基本信息。

表 2.2　文献中的 U 形 FRP 加固混凝土梁的试验数据

来源	试件编号	混凝土强度 f_c' (MPa)	腹板宽度 b_w (mm)	有效高度 d (mm)	剪跨比 λ	翼缘厚度 (mm)	翼缘宽度 (mm)	FRP 类型	FRP 名义厚度 t_f (mm)	FRP 粘贴高度 h_f (mm)	FRP 弹性模量 E_f (GPa)	FRP 抗拉强度 f_f (MPa)	$\frac{\omega_f}{s_f \sin\beta}$	ε_{fmax} (με)	斜裂缝角度 (度)	对比梁承载力 V_{rc}(kN)	FRP 抗剪贡献 V_f(kN)
[8]	S3	41.3	200	260	2.69			CFRP	0.111	300	230	3480	0.50			92.1	110.0
	S5	39.7	200	260	2.69			CFRP	0.111	300	230	3480	1.00			92.1	106.1
[9]	No.2	35.7	150	232	2.59	100	400	CFRP	0.111	200	230	3480	1.00		45.0	199.0	24.0
[10]	BS2	35.1	200	395	3.16			CFRP	0.110	450	280	3480	1.00		36.8	206.3	41.2
	BS5	36.8	200	395	3.16			CFRP	0.110	450	280	3494	0.17		26.6	136.6	33.4
	BS6	35.8	200	395	3.16			CFRP	0.110	450	280	3494	0.13		31.0	136.6	30.1
[11]	CO2	20.5	150	255	3.59			CFRP	0.165	305	228	3500	0.40	4700	35.0	48.0	40.0
	CO3	20.5	150	255	3.59			CFRP	0.165	305	228	3500	1.00	3700	35.0	48.0	65.0
[12]	BT2	35.0	150	360	2.97	100	380	CFRP	0.165	305	228	3790	1.00	4500		90.0	65.0
	BT4	35.0	150	360	2.97	100	380	CFRP	0.165	305	228	3790	0.40	10000		90.0	72.0
[13]	SL9	31.4	150	264	2.20			CFRP	0.111	300	235	3550	0.39		40.0	190.0	35.5
	SL10	31.4	150	264	2.20			CFRP	0.111	300	235	3550	0.39	3600	40.0	190.0	35.5
	SL11	31.4	150	264	2.20			CFRP	0.111	300	235	3550	1.00		40.0	230.0	75.5
[14]	SO3-2	27.5	150	255	3.00			CFRP	0.165	305	228	3790	0.40	4700		77.0	54.0
	SO3-3	27.5	150	255	3.00			CFRP	0.165	305	228	3790	0.60	5200		77.0	56.0
	SO3-4	27.5	150	255	3.00			CFRP	0.165	305	228	3790	1.00	4500		77.0	67.5
	SO4-2	27.5	150	255	4.00			CFRP	0.165	305	228	3790	0.40	6200		65.0	57.5
	SO4-3	27.5	150	255	4.00			CFRP	0.165	305	228	3790	1.00	3700		65.0	90.0

续表 2.2　文献中的 U 形 FRP 加固混凝土梁的试验数据

来源	试件编号	混凝土强度 f_c' (MPa)	腹板宽度 b_w (mm)	有效高度 d (mm)	剪跨比 λ	翼缘厚度 (mm)	翼缘宽度 (mm)	FRP 类型	FRP 名义厚度 t_f (mm)	FRP 粘贴高度 h_f (mm)	FRP 弹性模量 E_f (GPa)	FRP 抗拉强度 f_f (MPa)	$\frac{\omega_f}{s_f \sin\beta}$	ε_{fmax} (με)	斜裂缝角度 (度)	对比梁承载力 V_{rc}(kN)	FRP 抗剪贡献 V_f(kN)
[15]	S-GU-2-1a	31.4	150	232	2.16			GFRP	0.167	260	97	2777	0.50	7759	37.0	102.6	47.8
	S-GU-2-2	30.6	150	232	2.16			GFRP	0.167	260	97	2777	0.76	5880	41.0	102.6	38.6
	S-GU-2-3	30.6	150	232	2.16			GFRP	0.167	260	97	2777	1.00	5233		102.6	69.0
	S-CU-2-1	30.1	150	232	2.16			CFRP	0.110	260	235	3500	0.50	6640	41.0	102.6	44.3
[16]	T6S4-C90	44.1	140	520	2.98	150	400	CFRP	0.110	450	230	3400	0.50	6000		187.6	85.2
	T6S4-G90	44.1	140	520	2.98	150	400	GFRP	1.800	450	17.7	106	1.00			187.6	109.9
	T6NS-C45	44.1	140	520	2.98	150	400	CFRP	0.110	450	230	3400	0.71			110.1	103.5
[17]	T4S2-G90	30.3	140	350	3.14	150	400	GFRP	1.800	450	17.7	106	1.00			201.3	24.4
	T4NS-G90	30.2	140	350	3.14	150	400	GFRP	1.800	450	17.7	106	1.00			115.4	53.6
	T4S4-G90	30.0	140	350	3.14	150	400	GFRP	1.800	450	17.7	106	1.00			157.4	48.7
	T4S2-C45	29.4	140	350	3.14	150	400	CFRP	0.110	450	230	3400	0.71			201.3	17.8
[18]	B7	34.4	150	170	3.00			CFRP	0.167	150	230	3400	1.00	1986		39.2	22.2
	B8	35.4	150	170	3.00			CFRP	0.167	200	230	3400	1.00	3930		39.2	32.1
[19]	A1	37.2	300	245	4.08			AFRP	0.286	245	120	2000	1.00	3420		112.0	43.0
	C1	39.6	300	245	4.08			CFRP	0.167	245	230	3400	1.00	3550		112.0	53.0
[20]	B1	37.8	120	730	0.82			CFRP	0.330	800	230	3480	1.00		42.9	520.0	181.0

续表 2.2　文献中的 U 形 FRP 加固混凝土梁的试验数据

来源	试件编号	混凝土强度 f_c' (MPa)	腹板宽 b_w (mm)	有效高度 d (mm)	剪跨比 λ	翼缘厚度 (mm)	翼缘宽度 (mm)	FRP 类型	FRP 名义厚度 t_f (mm)	FRP 粘贴高度 h_f (mm)	FRP 弹性模量 E_f (GPa)	FRP 抗拉强度 f_f (MPa)	$\frac{\omega_f}{s_f \sin\beta}$	ε_{fmax} (με)	斜裂缝角度 (度)	对比梁承载力 V_{rc}(kN)	FRP 抗剪贡献 V_f(kN)
[21]	DB-S0-0.5L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.060	304	243	3100	1.00	4720	36.0	178.2	90.0
	DB-S0-1L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.107	304	243	3100	1.00	2580	36.0	178.2	107.3
	DB-S0-2L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.214	304	243	3100	1.00	1900	36.0	178.2	110.8
	DB-S1-1L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.107	304	243	3100	1.00		36.0	323.5	32.0
	DB-S1-2L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.214	304	243	3100	1.00	1900	36.0	323.5	34.2
	DB-S2-1L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.107	304	243	3100	1.00		36.0	331.7	58.0
	DB-S2-2L	25.0	152	350	1.50	508	102	CFRP	0.214	304	243	3100	1.00		36.0	331.7	73.1

注：文献[13][15]中直接给出的是混凝土立方体抗压强度 f_{cu}，本表中的混凝土轴心抗压强度 f_c’按以下关系得到：$f_c'=0.8f_{cu}$。

表 2.3　用于有限元分析对象的未加固钢筋混凝土对比梁的试验数据

来源	试件编号	混凝土强度	腹板宽	梁高	有效高度	剪跨	剪跨比	底部纵筋		顶部纵筋		箍筋		抗剪承载力
								配筋率	屈服强度	配筋率	屈服强度	配箍率	屈服强度	
		f_c' /MPa	b_w /mm	h /mm	d /mm	L /mm	λ	%	f_y /MPa	%	f_y' /MPa	%	f_y' /MPa	V /kN
[59]	OA-1	22.5	310	556	461	1829	3.97	1.81	555					166.8
	A-1	24.1	307	561	466	1829	3.92	1.80	555	0.180	345	0.100	325	233.5
	B-1	24.8	231	556	461	1829	3.95	2.43	555	0.243	345	0.147	325	222.4
	C-1	29.6	155	559	464	1829	3.95	1.80	555	0.361	345	0.198	325	155.7
[14]	SO3-1	27.5	150	305	253	765	3.00	4.24	460	4.240	460			77.0
[15]	S-2-0	25.4	150	260	218	500	2.16	3.10	395	3.100	395	0.189	377	102.6
[18]	B-1	30.5	150	200	170	510	3.00	2.98	391	1.040	386			39.2
[19]	B-1	38.0	300	300	245	1000	4.08	4.38	395	2.070	395			112.0
[21]	DB-S0-0L	25.0	152	406	350	525	1.50	2.19	470	0.530	470			323.5

与钢筋混凝土梁剪切破坏的试验资料相比，FRP 抗剪加固混凝土梁的试验资料相对较少。然而外贴 FRP 抗剪加固梁的试验具有其独特的优势，即可以方便的量测 FRP 的应变。由于 FRP 的材性非常简单，因此由 FRP 应变可以方便地计算 FRP 在试验过程中的应力发展。这为深入分析外贴 FRP 加固混凝土梁的力学行为提供了更加充分的试验依据。

本文设计了一组 U 形 FRP 粘贴加固混凝土梁的剪切破坏试验，并在试验过程中详细地量测 FRP 条带的应变分布及其发展，为后续章节的分析工作提供必要的试验基础。

2.2　试验方案

本文试验共包括 7 个试件，其中 3 个试件为 U 形 CFRP 加固的无腹筋钢筋混凝土梁，1 个试件为包裹 CFRP 加固的无腹筋钢筋混凝土梁，另外三个试件为相应尺寸的无腹筋钢筋混凝土对比梁。梁的高度分别为 200mm、400mm 和 600mm，不同尺寸的梁之间尽可能保持三维几何相似。图 2.1 为不同尺寸构件的设计示意图，表 2.4 给出了七个试件的设计参数和主要试验结果。7 根梁均在半跨配置了足够的箍筋以保证剪切破坏发生在另外半跨以方便试验量测。纵筋采用 HRB400 级变形钢筋，钢筋端头焊有两道竖向钢筋以防止发生锚固破坏。受客观条件限制，纵筋未能保持几何相似。不同尺寸梁的纵筋配筋率也略有变动，中等尺寸梁（梁高 400mm）的纵筋配筋率约为 4.5%，略高于另外两种尺寸的梁（约 4.1%）。所有构件的剪跨比（按加载中心点计算）均为 2.0，

所有构件均由同一批次混凝土同时浇筑而成，混凝土最大骨料粒径约为 25mm，模板采用层合板，室温下淋水养护 6 天后拆模。试验时间跨度较长，混凝土龄期范围为 40 天至 90 天。混凝土立方体抗压强度为 49.7 至 59.1MPa，混凝土棱柱体抗压强度为 36.5 至 42.4MPa。

FRP 采用单层厚度为 0.111mm 的 UCP200 型 CFRP 布。根据厂家提供的数据，其弹性模量为 235GPa，抗拉强度为 3550MPa。

试验采用三点弯曲加载。梁高 400mm 和 600mm 的试件采用 500 吨液压试验机加载，梁高 200mm 的试件采用 30 吨液压试验机加载。加载按力控制。除试件 RC2 外，其它试件的有腹筋一侧为固定铰支座，无腹筋一侧为滑动铰支座。RC2 两端均为固定铰支座。

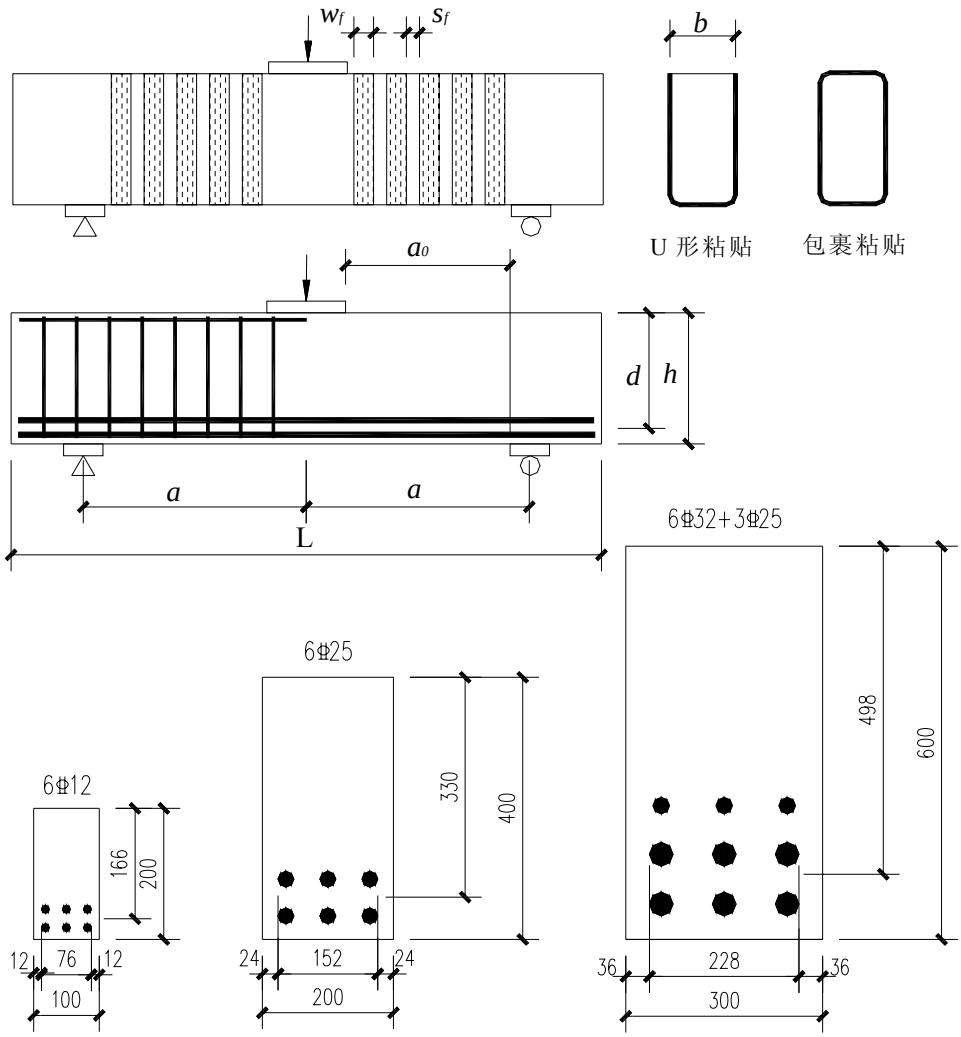


图 2.1　试件设计示意图

表 2.4　试件参数及主要试验结果

	单位	试件编号						
		RC1	RC2	RC3	U4	U5	U6	W7
试件总长 L	mm	900	1800	2700	900	1800	2700	2700
截面尺寸 $b\times h$	mm^2	100×200	200×400	300×600	100×200	200×400	300×600	300×600
剪跨 a 加载点	mm	340	680	1020	340	680	1020	1020
剪跨 a_0 加载板缘	mm	250	500	750	250	500	750	750
有效高度 d	mm	166	330	498	166	330	498	498
剪跨比λ		加载点起算：2.0，加载板边缘起算：1.51						
最大骨料粒径	mm	25						

续表 2.4　试件参数及主要试验结果

	单位	试件编号						
		RC1	RC2	RC3	U4	U5	U6	W7
纵筋布置		6Φ12	6Φ25	6Φ32 3Φ25	6Φ12	6Φ25	6Φ32 3Φ25	6Φ32 3Φ25
纵筋面积	mm^2	678	2944	6298	678	2944	6298	6298
纵筋配筋率	%	4.1	4.5	4.2	4.1	4.5	4.2	4.2
半跨箍筋		Φ8@100						
半跨配箍率	%	1.0	0.5	0.34	1.0	0.5	0.34	0.34
FRP 加固形式					U 形粘贴			包裹
单条 FRP 宽度 w_f	mm				30	60	90	90
FRP 有效厚度 t_f	mm				0.111	0.222	0.333	0.333
FRP 净间距 s_f	mm				20	40	60	60
试验时混凝土龄期	天	88	40	57	90	87	77	66
砼立方体抗压强度 f_{cu}	MPa	51.2	49.7	50.5	51.2	51.2	51.0	50.7
砼棱柱体抗压强度 f_c	MPa	37.9	36.8	37.4	37.9	37.9	37.7	37.5
砼劈裂抗拉强度 $f_{t,p}$	MPa	2.55	2.93	3.16	2.55	2.93	3.16	3.16
纵筋屈服强度 f_y	MPa	400						
纵筋弹性模量 E_s	MPa	200000						
FRP 抗拉强度 f_f	MPa	3550						
FRP 弹性模量 E_f	MPa	235000						
承载力 P (两跨)	kN	159.4	（709.1）	1626.0	202.7	809.3	2017.9	2221.0
破坏时跨中挠度	mm	1.9	（3.6）	6.6	2.2	4.2	6.5	8.4

注：（1）表中的混凝土棱柱体抗压强度为换算值，实测的是 100×100×300 棱柱体轴心抗压强度，换算成 150×150×300 标准试件的轴心抗压强度时，按 $f_{c,150}=0.95f_{c,100}$ 计算。

（2）表中钢筋的材料属性均为规范给定的标准值。

（3）表中的 FRP 材料属性均为厂家提供的数据。

（4）与其它试件不同，RC2 在有腹筋侧发生了剪切破坏。

（5）表中混凝土劈裂抗拉强度的实验龄期均为 154 天。

2.3　试验结果

2.3.1　试验现象

三根未加固对比梁均发生了典型的剪压破坏。首先是梁底跨中附近出现较细的弯曲裂缝，随后一侧梁腹率先出现斜裂缝并不断扩展。斜裂缝扩展到一定程度时，斜裂缝在靠近梁底一侧开始分叉，即出现平缓的钢筋粘结裂缝。在临近破坏时，斜裂缝靠近梁顶一侧的剪压区混凝土出现剪压裂缝，很快受压区混凝土压溃，构件发生脆性破坏。表 2.5 列出了三个未加固对比梁经历以上过程时相应的荷载水平。

表 2.5　未加固对比梁达到特征点时的荷载水平 P/P_u

	RC1	RC2	RC3
梁底弯曲开裂	60kN（37.7%）	280kN（39.5%）	433kN（26.6%）
梁腹出现斜裂缝	75kN（47.2%）	304kN（42.9%）	516kN（31.7%）
支座附近出现粘结裂缝	90kN（56.6%）	480kN（67.7%）	1000kN（61.5%）
构件失效	159kN	709kN（有腹筋侧）	1626kN

需要指出的是，对比梁 RC2（梁高 h=400mm）最终在没有布置量测设备的有腹筋一侧发生了剪切破坏。其试验结果与其它两个对比梁不具有可比性。尽管如此，本文仍列出其试验结果以资参考。从表 2.5 可以看出，大梁 RC3 弯曲开裂和梁腹斜裂时的荷载水平（P/P_u）均小于小梁 RC1。图 2.2 比较了相同荷载水平下三个未加固对比梁无腹筋侧裂缝的分布情况。由于 RC2（梁高 h=400mm）最终在有腹筋侧发生了破坏，其无腹筋侧的斜裂缝并没有充分发展。比较 RC1（梁高 h=200mm）和 RC3（梁高 h=600mm）在相同荷载水平下的裂缝分布可以看出，大梁的裂缝数量明显多于小梁，裂缝分布的范围也更大一些。

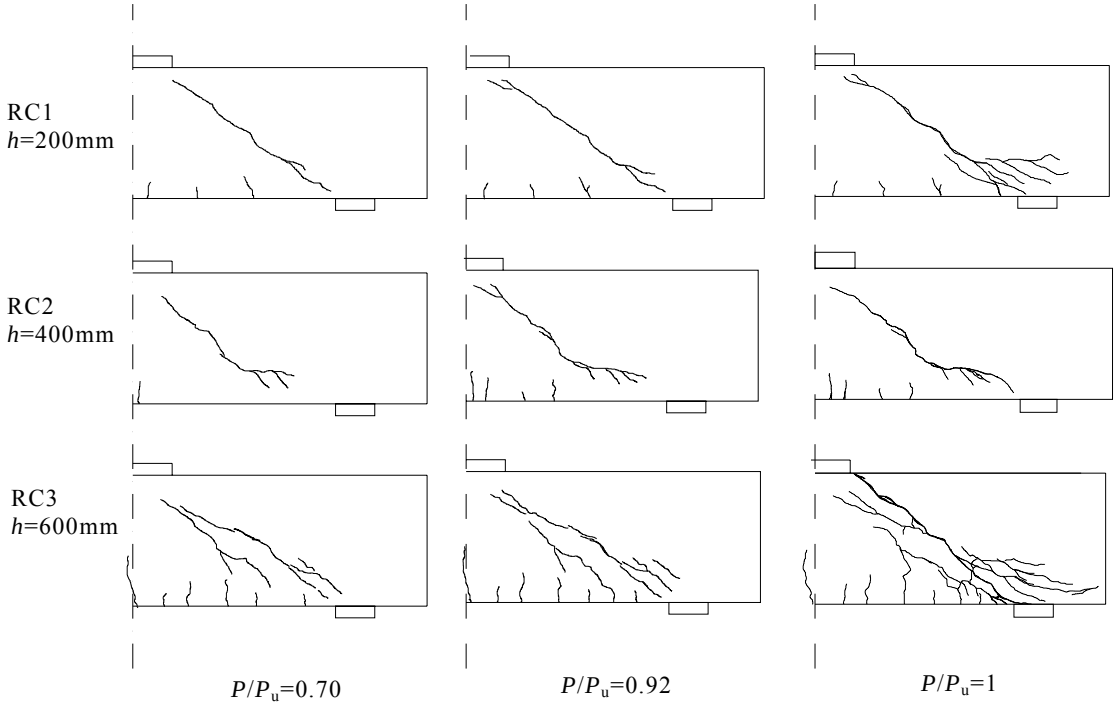


图 2.2　相同荷载水平（P/P_u）下未加固对比试件裂缝分布的比较（观测一侧）

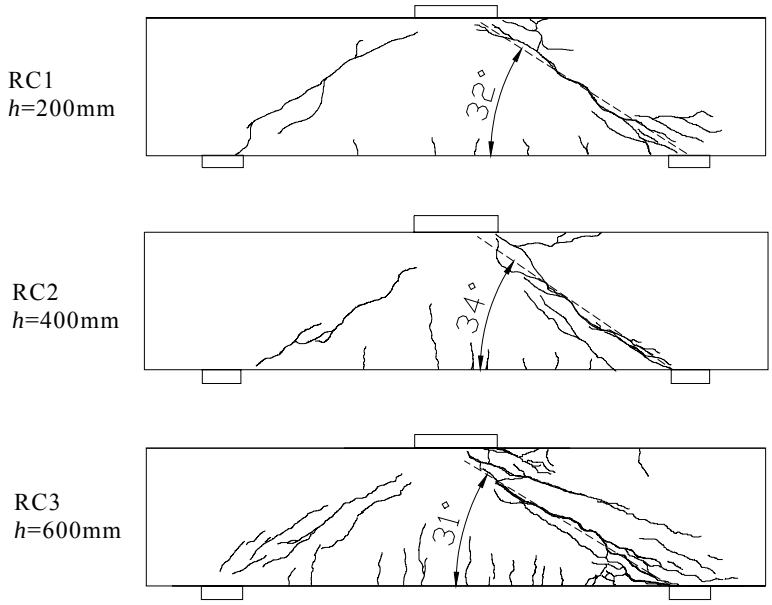


图 2.3　极限状态下破坏一侧的裂缝分布

3 个对比梁的破坏都是由某一面混凝土首先压溃导致的。图 2.3 显示了最终破坏时 3 根对比梁混凝土压溃一侧的裂缝分布。从图中仍可以看出，小梁的裂缝比较少，梁越大，裂缝发展得越充分。虽然 RC2 和 RC3 在加载后期出现了一些不同角度的次生斜裂缝，但 3 个梁的破坏都发生在初始斜裂缝上。图中同时大致标注了主斜裂缝的角度。RC1 与 RC3 的主斜裂缝角度基本相同，由于 RC2 的主斜裂缝发生在有腹筋的剪跨，其倾斜角度较 RC1 和 RC3 明显偏大。

为方便说明 FRP 加固梁的受力破坏过程，图 2.4 规定了 FRP 条带的编号。从支座向加载点依次编号为 F1~F5，下文均采用此编号，不再重复说明。

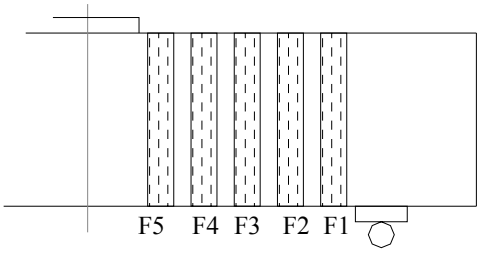


图 2.4　FRP 条带编号

U 形 FRP 加固梁 U4、U5 和 U6 具有相似的破坏模式。随着荷载的增加，偶尔会发出轻微的剥离声响。随着一声比较清脆的剥离声，某 FRP 条带上出现可见的剥离痕迹。此后梁身不断发出剥离声，中间某 FRP 条带（通常是 F3 或 F4）顶端突然剥离并退出工作。伴随着清脆响亮的剥离声，其它 FRP 条带相继退出工作，最后最靠近支座的 FRP 条带 F1 退出工作，构件失效。

包裹加固梁 W7 的破坏模式与 U 形加固梁不同。荷载达到峰值后并没有突然下降。各条 FRP 虽已剥离但仍在工作。荷载位移曲线出现下降段时 FRP 环箍持续受拉。直至达到 FRP 的抗拉极限，伴随着巨大的断裂声，各条 FRP 环箍在很短的时间内相继被拉断，释放出巨大的能量，混凝土碎屑飞溅，最外侧环箍 F1 最终被拉断，构件失效。表 2.6 列出了四个加固梁经历以上过程时对应的荷载。

表 2.6　加固梁达到特征点时的的荷载（kN）

	U4	U5	U6	W7
最大承载力	202.7	809.3	2017.9	2221.0
偶有声响	123	420	1080	840
发出一声脆响	178	480	1116	1140
第一条 FRP 退出	F4: 202.7	F4: 755.3	F4: 1578	F4: 2079
第二条 FRP 退出	F5: 202.5	F3: 755.3	F3: 1599	F3: 2079
第三条 FRP 退出	F3: 202.1	F5: 809.3	F5: 1599	F2: 2079
第四条 FRP 退出	F2: 194.5	F2: 809.3	F2: 1841	F5: 2048
第五条 FRP 退出	F1: 194.5	F1: 794.6	F1: 2001	F1: 2171

注：（1）U4 在第一条 FRP 退出工作时达到最大承载力，其余的 FRP 在很短的时间内相继退出工作，构件丧失承载力；

（2）U5 在 F5 和 F2 同时退出工作时达到最大承载力，随后 F1 退出工作，构件失效；

（3）U6 在 F1 退出工作前达到最大承载力，随后 F1 退出工作，构件失效；

（4）W7 在 F2、F3、F4 退出工作之前达到最大承载力。

从表出可以看出，在 3 个 U 形加固梁中，小梁 U4 从第一条 FRP 退出工作到构件最终失效所经历的荷载增长的过程非常短，几乎在瞬间完成；而大梁 U6 的破坏则经历了较长的过程，荷载水平从 78.2%增长到 100%；中梁 U5 介于二者之间。这说明，大梁在 FRP 逐条剥离的过程中经历了充分的内力重分布过程，而小梁在第一条 FRP 退出工作后，其它 FRP 几乎无法承担内力重分布的负担，很快相继剥离并退出工作。包裹加固梁 W7 的 FRP 退出工作的标志不是 FRP 剥离，而是 FRP 被拉断，这与前三者有所不同。

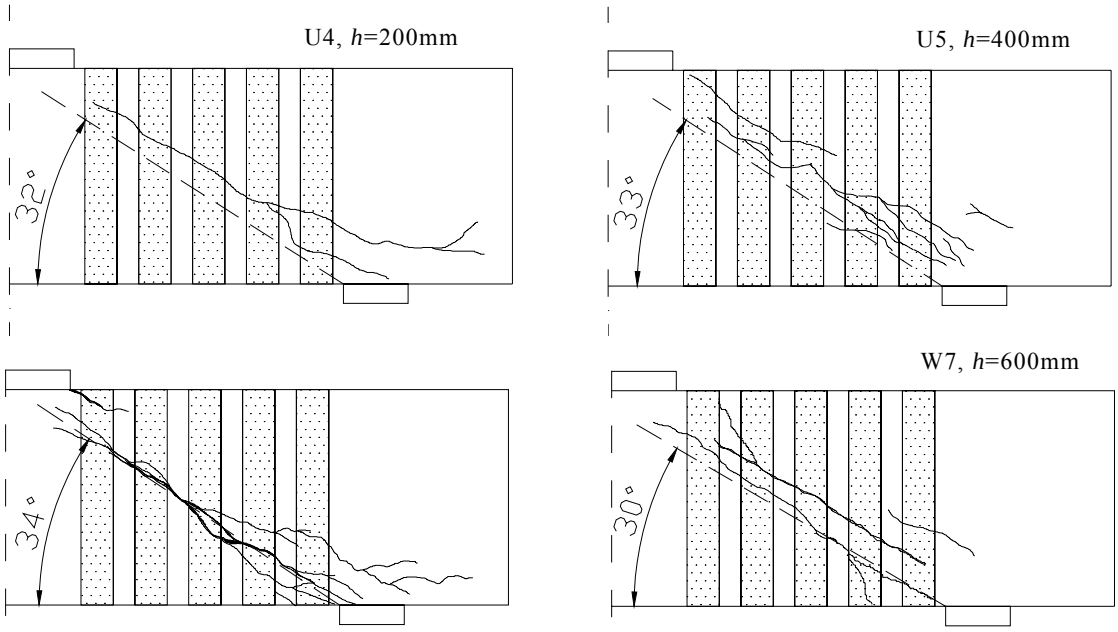


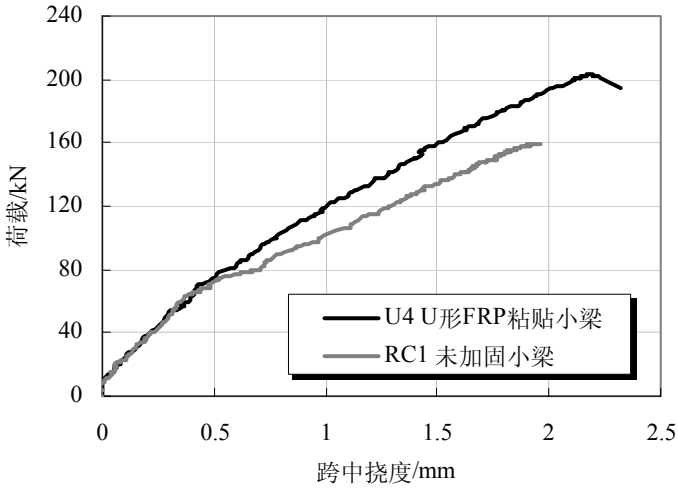
图 2.5　FRP 抗剪加固梁在破坏时的裂缝分布及倾角

斜裂缝角度是 FRP 抗剪贡献计算中的关键参数。图 2.5 显示了四个加固梁破坏时的裂缝分布，同时大致标出了各自的斜裂缝角度。三个 U 形加固梁的斜裂缝角度没有明显的差别，包裹加固梁 W7 的斜裂缝角度略小。与图 2.3 所示的对比梁的斜裂缝角度相比，U 形 FRP 加固梁的斜裂缝略有增大。

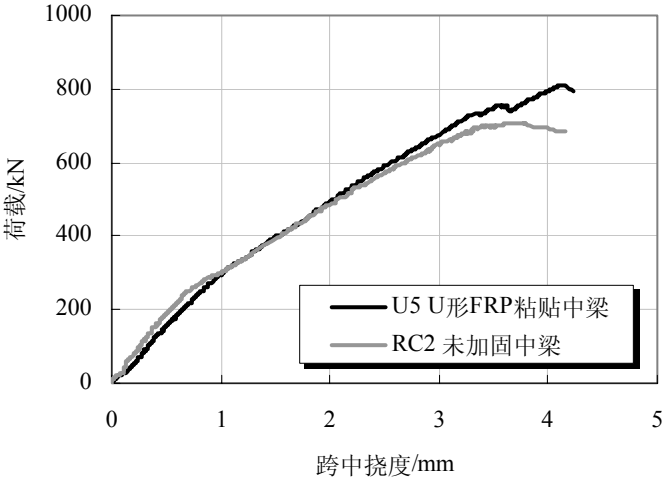
2.3.2　荷载-位移曲线

图 2.6 显示了所有 7 个试件的荷载-位移曲线，并将相同尺寸的试件画在一张图里以方便比较。从图中可以清楚的看到，由于 RC2 的破坏发生在有腹筋的剪跨，其荷载位移曲线与相同尺寸的加固梁 U5 非常接近，只是在临近破坏时 RC2 有比较明显的刚度退化，最终承载力也略低一些。其它各加固梁（U4、U5 和 W7）的荷载-位移曲线均明显高于相应的对比梁。所不同的是，两个梁高 h=600mm 的加固大梁 U6 和 W7 的荷载-位移曲线从一开始就高于相应的对比梁的曲线，即初始刚度较大。而对于梁高 h=200mm 的小梁，直到相应的对比梁 RC1

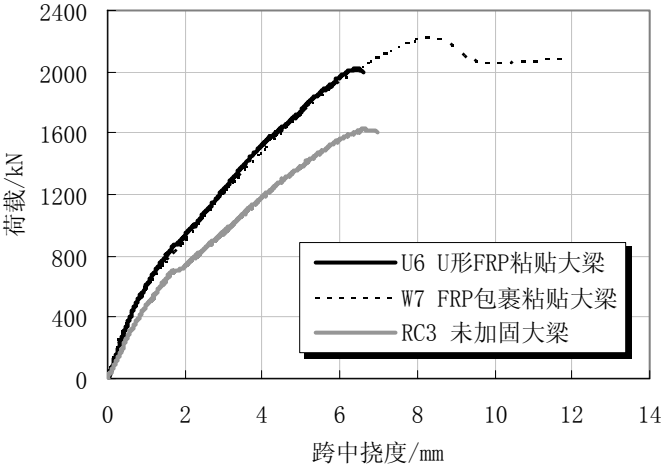
的梁腹出现斜裂缝后，加固小梁 U4 的荷载-位移曲线才呈现出相对较大的刚度。



(a) U4 与 RC1 的比较



(a) U5 与 RC2 的比较



(c) U6、W7 与 RC3 的比较

图 2.6　各试验梁的荷载-位移曲线

在 FRP 抗剪加固混凝土梁中，FRP 的抗剪贡献是关注的焦点。通常有两种

方法确定试验中 FRP 的抗剪贡献，一种方法是同时做一根未加固的对比梁的抗剪试验，FRP 的抗剪贡献等于加固梁的抗剪承载力与未加固对比梁的抗剪承载力之差，这是普遍采用的方法。本文称这样得到的 FRP 抗剪贡献为“综合抗剪贡献”，它既反映了 FRP 条带直接承担的荷载，也反映了 FRP 对钢筋混凝土部分抗剪承载力的影响。另一种方法是取斜裂缝上方的梁身为隔离体，根据斜裂缝上 FRP 条带的应变求出各条 FRP 在斜裂缝处的拉力之合，并以此作为 FRP 的抗剪贡献。本文称其为“直接抗剪贡献”，它只反映了 FRP 条带直接承担的剪力。

图 2.7 显示了按照以上两种方法得到的本文试验四个加固梁的 FRP 抗剪贡献与梁跨中挠度的关系曲线。以上两种方法的结果均存在显著且不太规律的差异。

对于小梁 U4，开始时 FRP 的两种抗剪贡献均不显著。继而综合贡献首先迅速增大，之后增幅变小，接近极限状态时又开始猛增。后起的 FRP 直接贡献则在 FRP 综合贡献增长放缓时超过了 FRP 综合贡献，直到构件最终破坏。最终 FRP 直接贡献大于 FRP 综合贡献，即外贴 FRP 削弱了钢筋混凝土部分的抗剪能力。同时注意到，FRP 直接贡献在临近极限状态时没有陡然下降，这也反映出小梁上的各条 FRP 在试件破坏之前没有相继剥离，而是在破坏时几乎同时退出工作。

对于中梁 U5，由于对比梁的破坏发生在有腹筋侧，其荷载位移曲线与相应的加固梁非常接近，故 FRP 综合贡献的值非常小，与其它梁的试验曲线不具有可比性。FRP 直接贡献在梁腹开裂后开始增大。随着加载的继续，FRP 直接贡献的增速放缓，并在每当有 FRP 条带退出工作时骤降，图中可以明显的看到 FRP 条带退出工作时形成的台阶。

对于大梁 U6，FRP 直接贡献的曲线与 U5 相似，只是在 FRP 开始退出工作之后，剩余 FRP 继续坚持的时间更长。FRP 综合贡献则一开始就迅速增大，在加载的中段一度与 FRP 直接贡献非常接近。当 FRP 直接贡献陡降时 FRP 综合贡献则继续上升。最后 FRP 综合贡献远大于 FRP 直接贡献，这与小梁 U4 的试验结果明显不同。

对于包裹加固大梁 W7，由于不存在 FRP 因剥离而相继退出工作的情况，其 FRP 直接贡献持续增大，并且除了加载初期之外，基本上与 FRP 综合贡献保持基本一致，略小于 FRP 综合贡献。

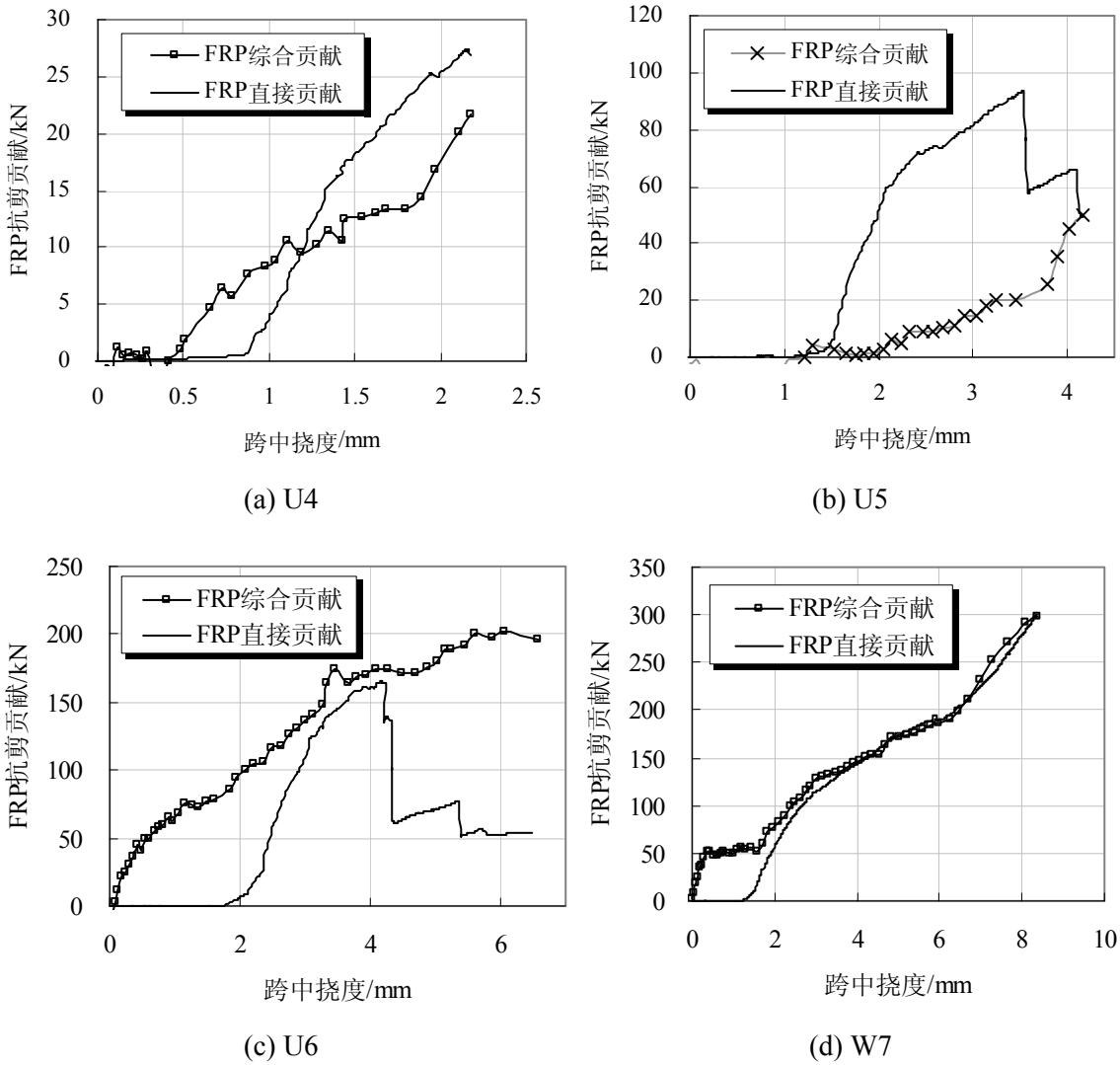


图 2.7　FRP 抗剪贡献与跨中挠度的关系曲线

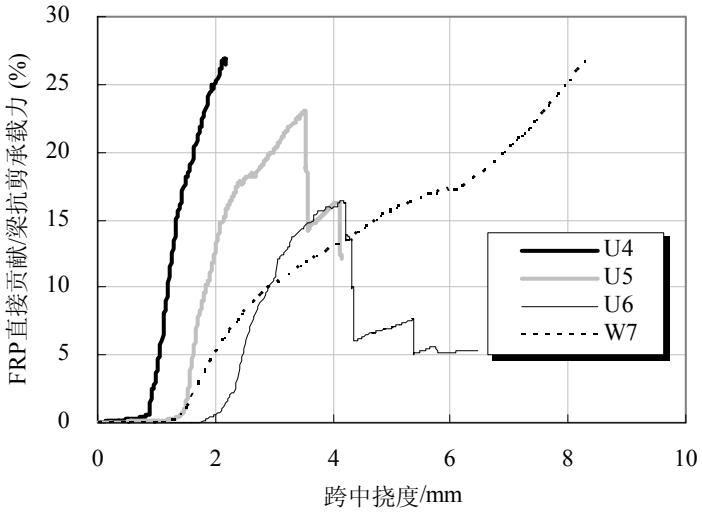


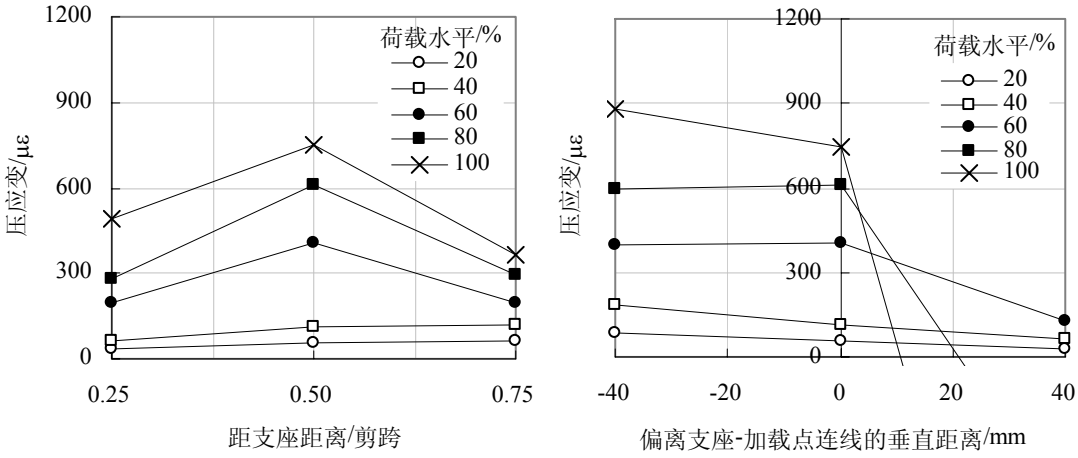
图 2.8　FRP 直接抗剪贡献的发展规律

图 2.8 比较了 4 个加固梁的 FRP 直接抗剪贡献的发展过程，图中 FRP 的直接贡献用各梁的抗剪承载力作归一化。3 个 U 形 FRP 加固梁的 FRP 直接贡献的发展过程类似。在梁腹开裂前，FRP 基本不承担荷载。梁腹开裂后，FRP 直接贡献迅速增大。在加载的后期，FRP 直接贡献的增长速度放缓，并在某 FRP 条带退出工作时骤降。当所有 FRP 条带均退出工作时，构件失效。从图中还可以看出，试件尺寸越大，FRP 直接贡献-跨中挠度曲线的斜率越小，最大 FRP 直接贡献与梁抗剪承载力的比值也越小。对于小梁 U4，这一比值为 26.5%，中梁 U5 为 22.9%，而对于大梁 U6，只有 16.3%。包裹加固梁 W7 的 FRP 直接贡献发展趋势与 U 形 FRP 加固的明显不同。

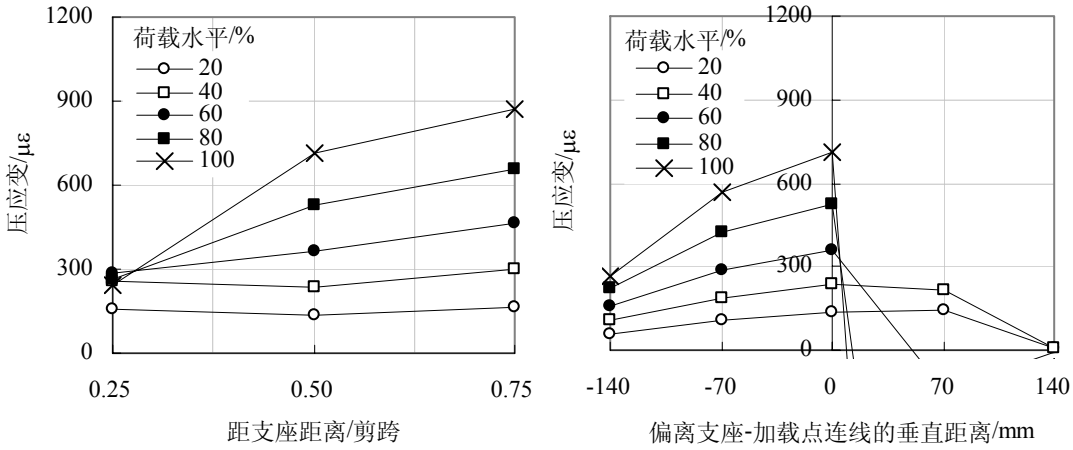
2.3.3　混凝土及FRP应变分布

试验量测了未加固对比梁梁腹上支座板边缘至加载板边缘连线方向，以及与连线垂直方向上的混凝土应变。结果如图 2.9 所示。从图 2.9(a)(b)(d)(e)中可以看出，在无腹筋剪跨破坏的 RC1 和 RC3 的梁腹上的应变分布相似的特点。当荷载水平不高于 40%时，应变片越靠近梁顶，量测到的混凝土压应变越大。这具有梁机制的特征。随着荷载的增加，梁腹中部的混凝土应变增大较快，梁腹应变形成了中部大，两边小的纺缍形分布，具有拱机制的特征。在有腹筋侧破坏的 RC2 的无腹筋侧梁腹的应变分布与此不同。

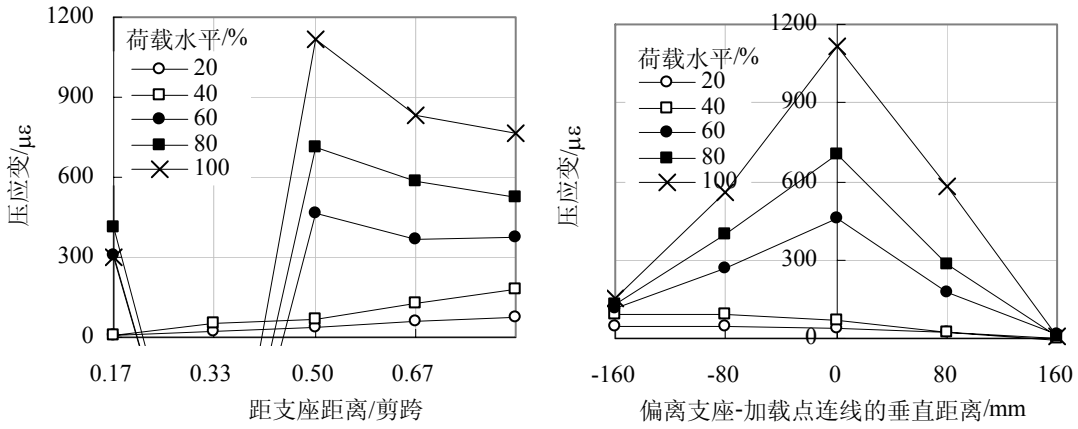
(a)加载点与支座连线上的应变片　　(b) 加载点与支座连线垂直线上的应变片



(c) RC1 量测结果



(d) RC2 量测结果



(e) RC3 量测结果

图 2.9　未加固对比梁混凝土应变量测结果

FRP 应变是重要的试验数据。表 2.7 显示了各条 FRP 拉力之和达到最大值时 FRP 在斜裂缝上的应变值。可见随着梁高的增大，FRP 最大平均应变基本呈线性下降。

表 2.7　各条 FRP 拉力之和达到最大值时 FRP 在斜裂缝上的应变（单位：με）

	F1	F2	F3	F4	F5	平均应变
U4	3302	4002	3643	4262	2254	3493
U5	3061	2747	4052	2968	2104	2986
U6	1897	2148	2842	2291	2593	2354

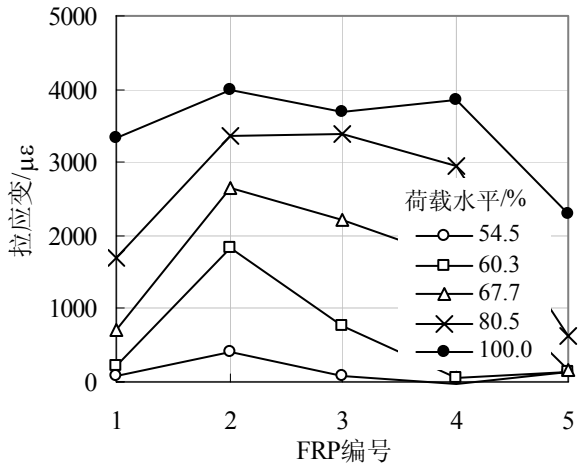
图 2.10 显示了本试验量测的加固试件斜裂缝上 FRP 的应变分布随荷载增长的变化情况。所有曲线左侧为靠近支座的第一条 FRP 条带（即 F1），右侧为靠近加载板的第一条 FRP 条带（即 F5）。

对于 U 形加固小梁 U4，斜裂缝上 FRP 的应变分布基本呈中部大，两端小的形状，荷载水平低于 70%时，斜裂缝中部偏下处应变最大，其余各条 FRP 的应变较小。之后，中间三条 FRP 的应变均显著增大并趋于平均，两端 FRP 上的应变相对较小。FRP 达到的最大应变约为 4000με。如图 2.10(a)所示。

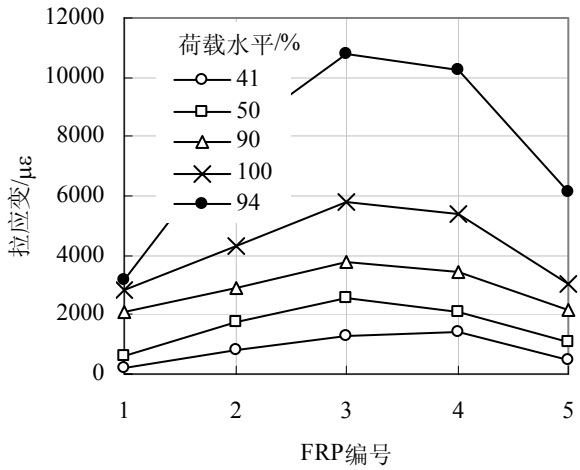
U 形加固中梁 U5 的斜裂缝上的应变分布与 U4 经历了基本相同的发展过程。不同之处在于，U5 在荷载水平达到 93.2%时中间一条 FRP 条带因发生整体剥离而退出工作，随后其它 FRP 条带也相继剥离而退出工作，直到 F1 退出工作，构件丧失承载能力。在 FRP 开始剥离前，FRP 达到的最大应变约为 4000με，之后没能超过这一应变。如图 2.10(c)所示。

U 形加固大梁 U6 的斜裂缝上的应变分布与 U5 非常相似。不同之处在于，FRP 开始剥离前 FRP 仅达到约 3000με的应变值，并且剥离不是从 F3 开始，而是从 F4 开始的。如图 2.10(d)所示。

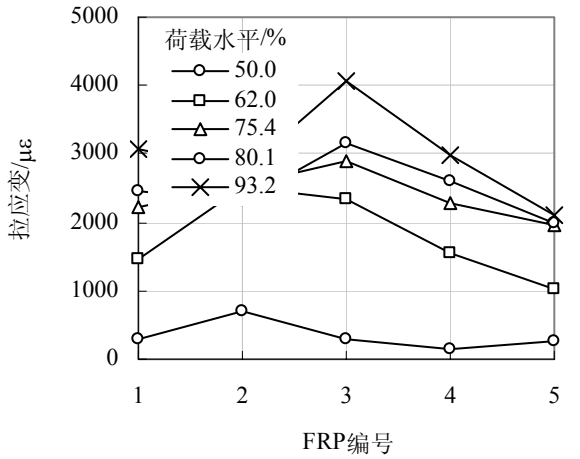
对于包裹加固的大梁 W7，斜裂缝上的应变以基本相同的分布趋势不断发展，始终呈中部大两边小的梭形，最终 FRP 达到的最大应变约为 11000με，约为以上 U 形加固试件 FRP 最大应变的 3 倍。如图 2.10(b)所示。



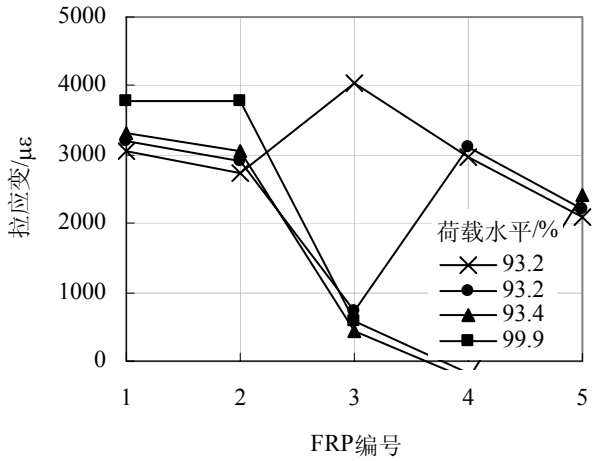
(a) U4 试件



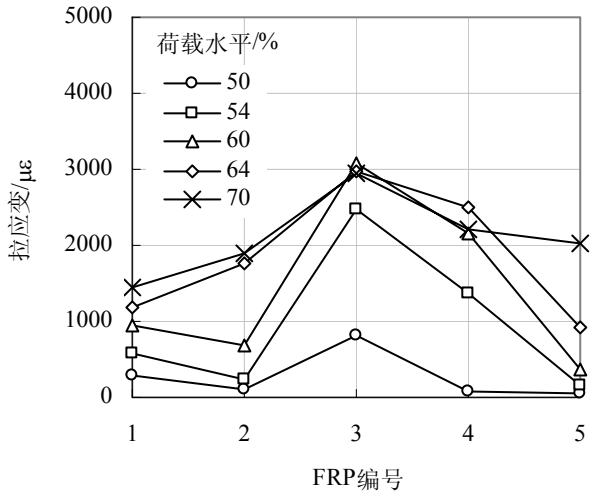
(b)W7 试件



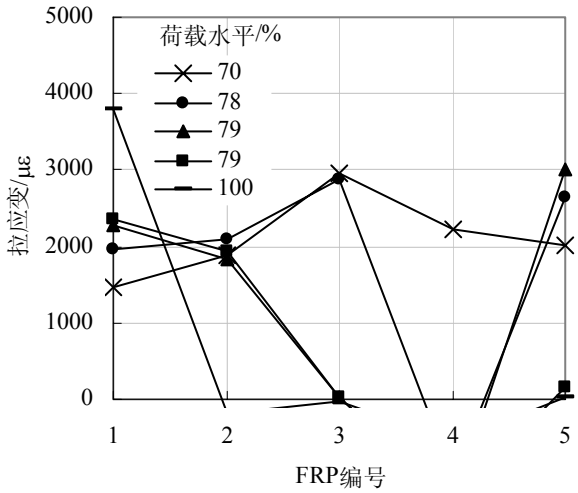
(c) U5 试件 FRP 退出工作之前



(d) U5 试件 FRP 陆续退出工作



(e) U6 试件 FRP 退出工作之前



(f) U6 试件 FRP 陆续退出工作

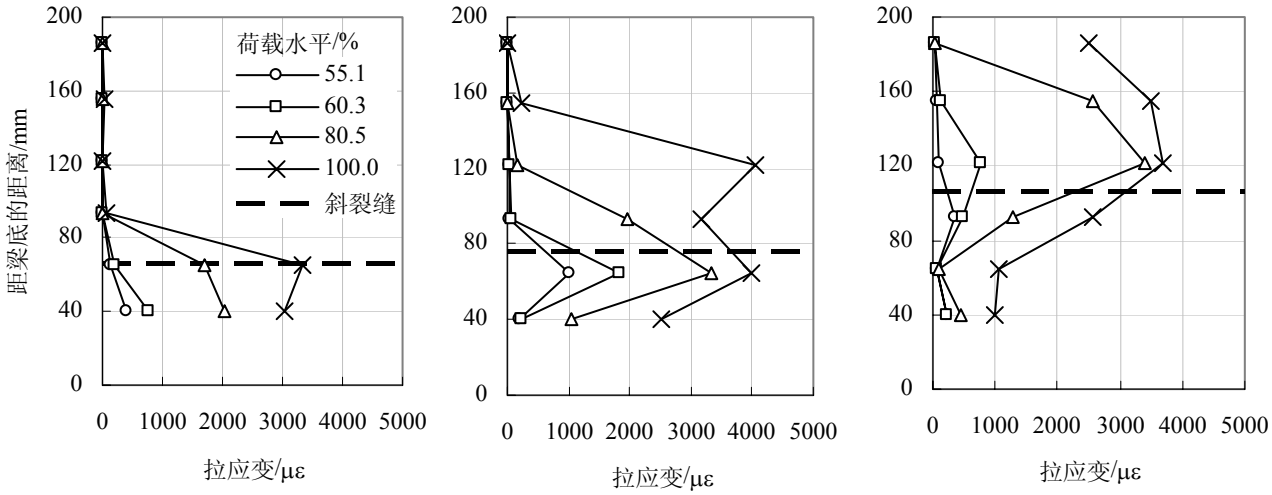
图 2.10　梁腹各 FRP 条带在主斜裂缝处的应变分布

图 2.11 显示了 U 形 FRP 加固构件各条 FRP 条箍上应变的发展情况。从左到右依次为 F1、F2 和 F3，即从最靠近支座的一条 FRP 到梁腹中间的一条 FRP。从图中看出，U 形加固

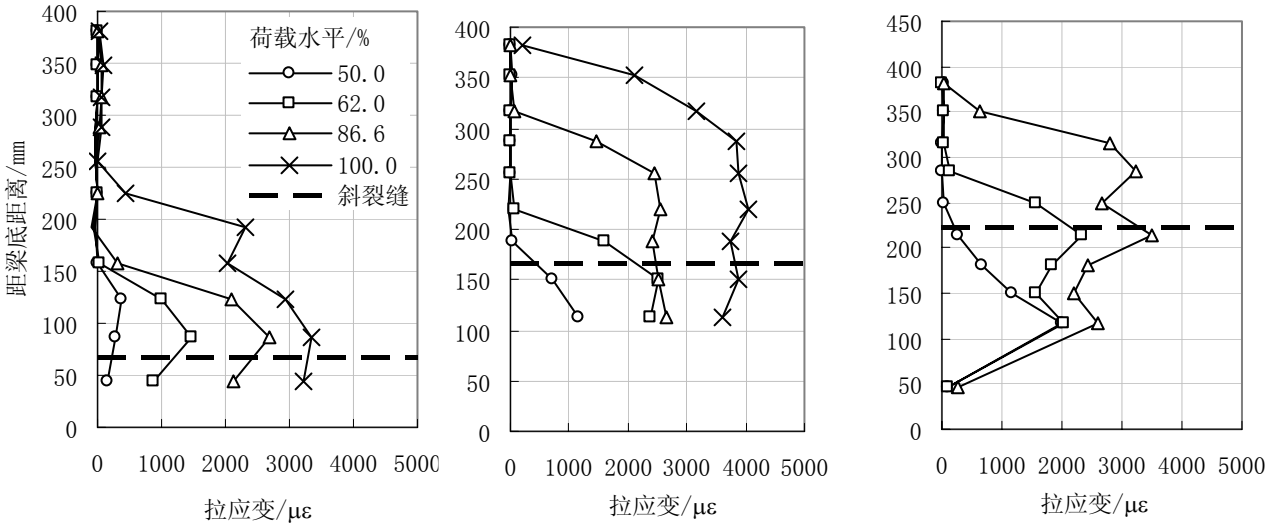
的不同尺寸的 3 根梁上 FRP 箍的应变分布规律相似，各条 FRP 箍上，靠近斜裂缝的地方应变就大，远离的就小，当 FRP 箍内出现剥离但尚未退出工作时，剥离区域内 FRP 的应变分布趋于平均。

图 2.12 显示了包裹粘贴加固的 W7 试件中央 FRP 条带 F3 上的应变发展。与 U 形粘贴加固不同，由于 W7 上的 FRP 在剥离后并不退出工作，其应变能够不断增长，直至达到其极限拉应变。

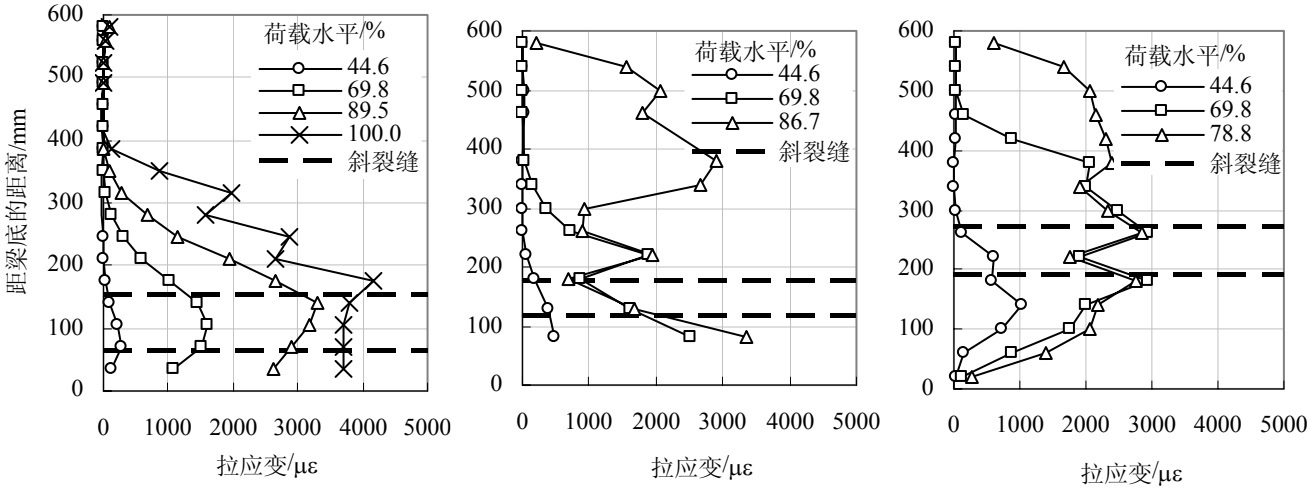
各梁 F1 上的应变分布的发展情况与 FRP-混凝土单剪试验得到的结果有些相似。然而有效锚固长度却有差别，从图出量出 F1 的有效锚固长度约为：U4，70mm；U5，210mm；U6，360mm。



(a) U4 试件（从左至右依次为 F1, F2, F3 条带）



(b) U5 试件（从左至右依次为 F1, F2, F3 条带）



(c) U6 试件（从左至右依次为 F1, F2, F3 条带）

图 2.11　FRP 条带轴向应变的分布及其发展

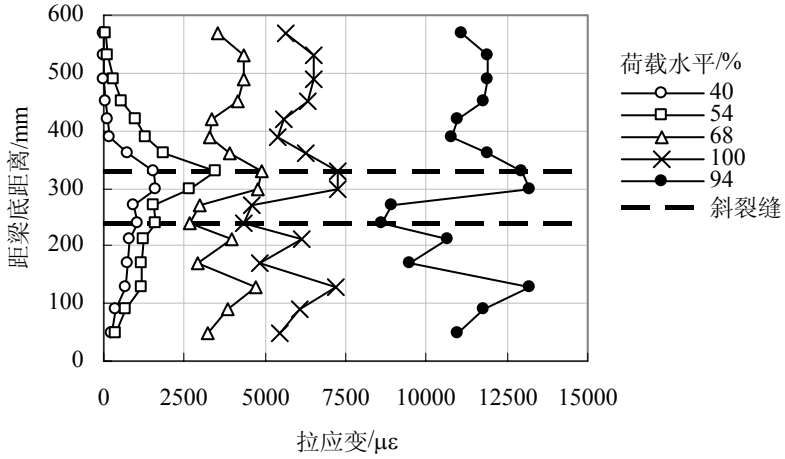


图 2.12　W7 试件上 F3 号 FRP（中央条带）轴向应变的分布及其发展

2.4　本章小结

本章的主要工作如下：

（1）搜集整理了文献中的 FRP 抗剪加固混凝土试验的资料；

（2）进行了 FRP U 形抗剪加固混凝土梁的试验研究，详尽地给出了试验方案和试验结果。

本章的试验研究是后续章节研究的基础。

第3章　分析模型

3.1　概述

虽然有限元方法是建立 FRP 抗剪加固混凝土梁分析模型的有效方法，但在过去的十年中，各国学者在这方面所取得的成果并不多。混凝土梁本身在剪切作用下的行为已经十分复杂，FRP-混凝土界面的剥离行为的模拟也有一定的困难。表3.1列出了近十年来各国学者为FRP抗剪加固混凝土梁建立的有限元模型的基本情况。

表 3.1　FRP 抗剪加固混凝土梁的有限元模型

年代	第一作者	分析程序	混凝土本构	钢筋模型	FRP-砼界面 粘结-滑移关系
1997	Arduini M[22]	ABAQUS	弥散裂缝模型	分离式	无滑移
1998	Malek A M[23]	ABAQUS	未说明	分离式	无滑移
1999	Vecchio F J[24]	自编	修正压力场	整体式	无滑移
2001	Kavhlakev D[25]	ANSYS	弥散裂缝模型	分离式	无滑移
2003	Wong R S Y[26]	自编	修正压力场	整体式	(1)线弹性带截断 (2)理想弹塑性
2004	陆新征[4]	MARC	弥散裂缝模型	分离式	Lu 模型[29]
2005	张子潇[27]	ANSYS	弥散裂缝模型	分离式	Lu 模型[29]
2006	Neale K W[28]	ADINA	弥散裂缝模型	分离式	Lu 模型[29]

在表 3.1 中，土木工程界常用的有限元软件几乎都有涉及，分析维度有二维也有三维，混凝土本构模型以经典的弥散裂缝模型和采用弥散裂缝假设的修正压力场理论为主。通用的商业有限元程序一般采用经典的弥散裂缝模型，为固定裂缝模型；若采用修正压力场理论，则需自己编写本构。修正压力场理论采用共轴转动裂缝模型。所谓共轴，即假设混凝土主应力与主应变方向始终保持一致；所谓转动，即假设混凝土裂缝方向始终与主压应力方向一致。同时，修正压力场理论采用整体式钢筋模型，而通用有限元程序中一般采用分离式建模。ANSYS 中的 Solid65 单元虽然提供了整体式钢筋模型，但文献[25]并未采用。FRP-混凝土界面的粘结-滑移行为对于正确模拟 FRP 抗剪加固混凝土梁的行为至关重要。从表 3.1 中可以看出，早期的研究大多不考虑 FRP 与混凝土之间的滑移，在有限元模型中表现为简单地将结点耦合。这样做大大降低了有限元分析的难度，却无法模拟 FRP 的剥离行为，准确性不足。之后的研究者基本上都通过在有限元模型

中使用各种界面单元来模拟 FRP-混凝土的界面行为。其中采用较多的是 Lu et al (2005)[29]建议的 FRP-混凝土界面粘结滑移本构。

通过以上介绍可以看出，混凝土本构和 FRP-混凝土界面行为是建立 FRP 抗剪加固有限元分析模型的两个主要方面。现有的混凝土本构在处理剪切问题时的表现都不尽如人意。混凝土开裂后，宏观上各向同性的材料变为各向异性材料，且与弯曲裂缝不同，剪切裂缝上通常还有裂面剪切作用，这一作用随着裂缝的张开而减小，并且在加载过程中新出现的裂缝并不与旧裂缝方向一致。现在常用的基于弹塑性力学的混凝土本构都难以正确模拟上述行为。然而建立一种能够模拟混凝土剪切行为的本构模型已经超出了本文的研究范围。

自 Vecchio et al (1986)[30]提出修正压力场理论以来，该理论日趋丰富，应用范围不断扩大。本章将修正压力场理论作为一种混凝土本构模型应用于钢筋混凝土梁的有限元分析中。修正压力场理论在后续章节中还将发挥作用。

压力场理论的概念是 Collins (1978)[31]提出的。它是剪切设计中 45 度桁架比拟法的自然发展。它通过同时运用力学的三大关系，即平衡、协调与物理关系，找出求解平面剪切问题的简单易行的方法。修正压力场理论(MCFT)[30]是对它的一个发展，其关键在于引入了斜裂缝间混凝土的拉伸硬化，并通过考察裂缝处的局部平衡限制混凝土中拉应力不合理的增长。这一做法虽然没有显式地引入裂面剪切，但间接地体现了裂面剪切对钢筋混凝土单元整体行为的影响。然而 Hsu (1988)[32]对此持不同的意见。他认为 Collins 等人考虑局部平衡的做法是不正确的。Hsu (1988) [32]提出的转角软化桁架模型(RA-STM)与 MCFT 采用了基本相同的力学模型。二者主要的不同之处，一是取消了裂缝处局部平衡的检查，二是不再使用裸筋的应力-应变关系，而是试图通过大量试验确定混凝土包裹下钢筋的应力-应变关系。

以上说明了修正压力场理论与转角软化桁架模型的区别。其实这两种模型的基本思想是一致的。它们都致力于建立一种用于模拟钢筋混凝土剪切行为的正交各向异性的本构模型。它们把钢筋和裂缝弥散到整个材料中，把一切复杂的问题，如钢筋与混凝土的界面行为、混凝土开裂等，都包含在均质材料中。本质上讲，修正压力场理论和软化桁架模型都是采用整体式钢筋模型和共轴转动裂缝模型的正交各向异性材料本构模型。

修正压力场理论主要有两个应用方向，一是直接用于工程设计，即求出钢筋混凝土单元的荷载-位移曲线；二是作为一种材料本构参与非线性有限元分析，即对于给定的应变状态求出相应的应力状态。二者本质上是一致的。

修正压力场理论最初被直接用于工程设计。Collins et al (1996)[34]基于修正压力场理论提出了一种统一的剪切设计方法。这一方法后被 AASHTO 等规范采用。

Bentz (2000)[35]对修正压力场理论做了全面的总结。他基于修正压力场理论开发了一套钢筋混凝土分析软件，其中 Membrane 2000 是该理论最基本的直接应用。它可以求解平面应力状态下分布配筋的钢筋混凝土平板的剪力-剪切变形全过程曲线。Response 2000 最具实用价值，它可直接用于钢筋混凝土梁、柱构件的设计验算以及它们的恢复力模型骨架线的计算。至此，修正压力场理论在直接指导剪切设计方面已经非常实用了。

另一方面，修正压力场理论在本质上提供了一种材料本构模型，Vecchio 和 Hsu 等人分别在这方面也开展了大量的研究工作 ([36][37][38][39]等)，其它一些学者也曾将修正压力场理论作为本构模型应用于非线性有限元分析（如文献[40]）。

首先将修正压力场理论应用于 FRP 加固钢筋混凝土构件的是 Malek et al (1998)[41]。其中主要有两种做法，一是对 FRP 也像对钢筋那样采用整体式模型，即在单元的平衡关系中直接考虑 FRP 的应力。Malek et al (1998)便是一例。Lees (2002)[42]用修正压力场理论研究了 FRP 条带中应变的发展过程，同样，他采用的是整体式 FRP 模型。这种做法不能考虑 FRP-混凝土界面的粘结滑移行为，而这一行为在很多 FRP 的应用领域内都是非常重要的。另一种做法可以称为分离式 FRP 模型。表 3.1 中列出的 Vecchio(1999)、Wong(2003)等都将修正压力场理论视为一种本构模型，嵌入有限元分析之中，不同之处仅在于 Vecchio (1999)[24]没有考虑 FRP 与混凝土之间的粘结滑移，Wong (2003)[26]则讨论了带截断的线性粘结滑移关系和理想弹塑性粘结滑移关系。

我国学者在 20 世纪 90 年代初便开始关注 MCFT 与 RASTM，并将它们广泛应用于钢筋混凝土构件剪扭承载力的设计计算[43][44][45]。季韬及其同事对 RASTM 进行了比较深入的讨论并在国外相关研究的基础上提出了随动角软化桁架模型[46]。文献[47]与[48]将 MCFT 引入了 FRP 抗剪加固混凝土梁的承载力设计。国内鲜有研究将 MCFT 或 RASTM 作为一种钢筋混凝土材料本构用于有限元分析。

FRP 加固混凝土梁有限元分析模型的另一个重要方面是 FRP-混凝土界面行为的模拟。与钢筋混凝土构件的有限元建模类似，FRP 的引入可以通过分离式模型，也可以通过组合式和整体式模型。然而由于 FRP-混凝土界面的复杂性（如 FRP 的剥离），分离式模型被广泛采用。

在分离式模型中，合理的 FRP-混凝土界面粘结滑移本构是正确模拟 FRP 加固混凝土构件的关键。国内外对此开展了大量的研究，并提出了各种形式的 FRP-混凝土界面局部粘结-滑移本构关系。曲线形状包括了线性截断形、双线形、双曲线形、对数曲线形、指数曲线形和 Popovic 曲线形等。总的来说各国学者建立本构关系的方法有以下三种：

一是直接基于对试验量测的 FRP 应变分布结果的曲线拟合。其中有代表性的是 Nakaba et al (2001)[49]通过拟合 30 个面内剪切试验得到的 Popovic 形式的粘结滑移曲线，如式（3-1）所示。

$$\tau = \tau_{\max} \cdot \frac{3\,s/s_0}{2+\left(s/s_0\right)^3} \tag{3-1}$$

其中界面最大粘结应力 $\tau_{\max} = 3.5 f'_{\mathrm{c}}{}^{0.19}$，与之对应的滑移 s_0=0.065mm。

二是通过试验得到 FRP-混凝土节点的宏观拉伸力-滑移关系，再求解微分方程得到局部粘结-滑移关系。以 Ueda et al (2005)[52]为代表，如式（3-2）。这样做可以在很大程度上消除 FRP 局部应变量测的离散性。

$$\tau = 2BG_{\mathrm{f}}\left(\mathrm{e}^{-Bs} - \mathrm{e}^{-2Bs}\right) \tag{3-2a}$$

$$G_{\mathrm{f}} = 0.446\left(G_{\mathrm{a}}/t_{\mathrm{a}}\right)^{-0.352} f'_{\mathrm{c}}{}^{0.236}\left(E_{\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}\right)^{0.023} \tag{3-2b}$$

$$B = 6.846\left(E_{\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}\right)^{0.108}\left(G_{\mathrm{a}}/t_{\mathrm{a}}\right)^{0.833} \tag{3-2c}$$

其中 G_{f} 为界面的断裂能。G_{a} 是胶层的剪切模量，t_{a} 是胶层厚度。

为便于使用，文章建议了 G_{f} 和 B 的一般性取值，从而得到如式（3-3）的简单形式。

$$\tau = 10.7 f_{\mathrm{c}}'^{0.236}\left(\mathrm{e}^{-10.4s} - \mathrm{e}^{-20.8s}\right) \tag{3-3}$$

三是以精确的有限元数值模拟为基础，结合试验数据得到局部粘结-滑移关系，以 Lu et al (2005)[29]提出的模型为代表。该研究建议了三种不同精度的局部粘结滑移关系，不同模型之间保持界面断裂能相同。其中的简化模型如式（3-4）。

$$\tau = \begin{cases} \tau_{\max}\sqrt{\dfrac{s}{s_0}} & s \le s_0 \\ \tau_{\max}\mathrm{e}^{-\alpha\left(\frac{s}{s_0}-1\right)} & s > s_0 \end{cases} \tag{3-4}$$

其中界面最大粘结应力 $\tau_{\max} = 1.5\beta_{\mathrm{w}} f_{\mathrm{t}}$，与之对应的滑移 $s_0 = 0.0195\beta_{\mathrm{w}} f_{\mathrm{t}}$。界面断裂能 $G_{\mathrm{f}} = 0.308\beta_{\mathrm{w}}{}^2\sqrt{f_{\mathrm{t}}}$。两个系数：

$$\alpha = \frac{1}{\dfrac{G_{\mathrm{f}}}{\tau_{\max}s_0} - \dfrac{2}{3}}，\quad \beta_{\mathrm{w}} = \sqrt{\frac{2.25 - b_{\mathrm{f}}/b_{\mathrm{c}}}{1.25 + b_{\mathrm{f}}/b_{\mathrm{c}}}}。$$

图 3-1 比较了上述三种模型。其中 Ueda 模型采用式（3-3）所列的简单形式。可见三者的峰值滑移非常接近，而 Lu 模型的峰值粘结应力相对较小。文献[29]通过与试验数据的比较，证明了 Lu 模型的可靠性。

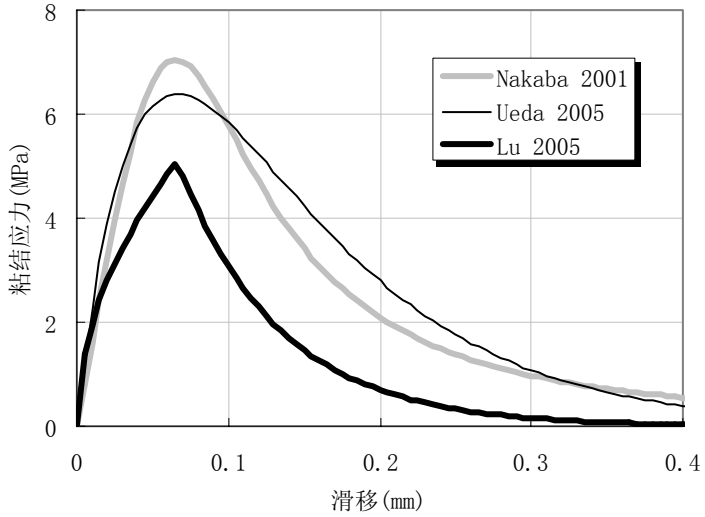


图 3.1　典型的 FRP-混凝土界面局部粘结-滑移模型比较

不论通过以上三种方法中的哪一种得到界面的局部粘结-滑移关系，都以 FRP-混凝土单剪或双剪试验为基础。由此得到的界面本构是否能够直接用于 FRP 抗剪加固混凝土梁，这一问题将在本章第 3 节详细讨论。

3.2　基于转动裂缝的混凝土本构关系

3.2.1　模型的介绍及其实现

修正压力场理论和转角软化桁架模型所采用的基本力学原理完全一样，都属于转动裂缝模型，对于平面应力问题都可以归纳为 10 个独立的方程，包含 13 个未知数。给定其中的三个未知数，则可以求出其它未知数。下面从建立材料本构关系的角度给出 10 个独立的方程，并假设已知平面应力状态下的应变向量[ε_x, ε_y, ε_{xy}]，其中ε_{xy}为张量应变而非工程应变。

[几何方程]

主应变倾角 $$\theta = \frac{1}{2} \cdot \arctan\left(\frac{2\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_y - \varepsilon_x}\right) \tag{3-5}$$

主压应变 $$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \tag{3-6}$$

主拉应变 $$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \tag{3-7}$$

[单轴应力应变关系]

混凝土主压应力 $$\sigma_{c1} = F_c\left(\varepsilon_1,\quad \varepsilon_2\right) \tag{3-8}$$

混凝土主拉应力 $$\sigma_{c2} = F_t\left(\varepsilon_2\right) \tag{3-9}$$

x 方向钢筋应力 $$\sigma_{sx} = F_s\left(\varepsilon_x\right) \tag{3-10}$$

y 方向钢筋应力 $$\sigma_{sy} = F_s\left(\varepsilon_y\right) \tag{3-11}$$

[平衡方程]

总应力 x 方向的分量 $$\sigma_x = \sigma_{c1}\cos^2\theta + \sigma_{c2}\sin^2\theta + \sigma_{sx}\rho_x \tag{3-12}$$

总应力 y 方向的分量 $$\sigma_y = \sigma_{c1}\sin^2\theta + \sigma_{c2}\cos^2\theta + \sigma_{sy}\rho_y \tag{3-13}$$

总剪应力 $$\sigma_{xy} = \left(\sigma_{c2} - \sigma_{c1}\right)\sin\theta\cos\theta \tag{3-14}$$

通过以上 10 个方程，可以由应力向量得到应变向量，从而建立材料的应力-应变关系。这 10 个方程包含力学的基本方程，其中有 3 个协调方程，4 个单轴应力应变方程和 3 个平衡方程。修正压力场理论与转角软化桁架模型的区别仅在于单轴应力应变方程的不同。表 3.2 列出了两者所采用的混凝土和钢筋的单轴应力应变关系。这两种模型在其发展过程中都有调整，表 3.2 中列出的是各自所采用的比较典型的应力应变关系。

表 3.2　单轴应力应变关系

	转角软化桁架模型（RASTM）	修正压力场理论（MCFT）
混凝土 单轴受压	Balerbi & Hsu 1995 [54] $\sigma_c = \zeta f_c' \left[2\left(\frac{\varepsilon_c}{\zeta\varepsilon_0}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\zeta\varepsilon_0}\right)^2 \right], \quad \varepsilon_c \le \zeta\varepsilon_0$ $\sigma_c = \zeta f_c' \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_c/\zeta\varepsilon_0 - 1}{2/\zeta - 1}\right)^2 \right], \quad \varepsilon_c > \zeta\varepsilon_0$ $\zeta = \frac{1.0}{\sqrt{1+400\varepsilon_t}}$	Bentz 2000 [56] $\sigma_c = \zeta f_c' \frac{n(\varepsilon_c/\varepsilon_0)}{n-1+(\varepsilon_c/\varepsilon_0)^{nk}}$ $n = 0.8 + f_c'/17$ $k = \begin{cases} 1.0, & \varepsilon_c \le \varepsilon_0 \\ 0.67 + \frac{f_c'}{62}, & \varepsilon_c > \varepsilon_0 \end{cases}$ $\zeta = \min\left(1.0, \quad \frac{1}{0.8+170\varepsilon_t}\right)$
混凝土 单轴受拉	Balerbi & Hsu 1994 [55] $\sigma_t = \min\left[E_c\varepsilon_t, \quad f_t\left(\frac{f_t/E_c}{\varepsilon_t}\right)^{0.4} \right]$	Vecchio & Collins 1986 [30] $\sigma_t = \min[\sigma_{t1}, \quad \sigma_{t2}, \quad \sigma_{t3}, \quad \sigma_{t4}]$ $\sigma_{t1} = \min\left[E_c\varepsilon_t, \quad \frac{f_t}{1+\sqrt{200\varepsilon_t}} \right]$ $\sigma_{t2} = \sigma_{cx}\cos^2\theta + \sigma_{cy}\sin^2\theta$ $\sigma_{t3} = \sigma_{cx} + \min(v_{ci1}, \quad v_{ci2})\cot\theta$ $\sigma_{t4} = \sigma_{cy} + \min(v_{ci1}, \quad v_{ci2})\tan\theta$ $\sigma_{cx} = \rho_x(f_{yx} - \sigma_{sx})$ $\sigma_{cy} = \rho_y(f_{yy} - \sigma_{sy})$ v_{ci1} 取自文献[57] $v_{ci2} = \lvert\sigma_{cx} - \sigma_{cy}\rvert \sin\theta\cos\theta$
钢筋 单轴受力	Balerbi & Hsu 1994 [55] $f_s = E_s\varepsilon_s, \quad \varepsilon_s \le (0.93-2B)\varepsilon_y$ $f_s = Kf_y, \quad \varepsilon_s > (0.93-2B)\varepsilon_y$ $B = \frac{1}{\rho_s}\left(\frac{f_t}{f_y}\right)^{1.5}$ $K = 0.91 - 2B + (0.02+0.25B)\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_y}$	理想弹塑性 $f_s = E_s\varepsilon_s, \quad \varepsilon_s \le \varepsilon_y$ $f_s = f_y, \quad \varepsilon_s > \varepsilon_y$

两种模型关于混凝土单轴受压应力应变关系的分歧主要在于受压软化行为。修正压力场理论认为，垂直方向的拉应变只影响混凝土的峰值压应力，而不会改变混凝土的峰值压应变。而转角软化桁架模型则认为垂直方向的拉应变会同时影响混凝土的峰值压应变和压应力（图 3.2）。图 3.3 比较了二者采用的软化系数

ζ随垂直方向混凝土拉应变的增大而变化的规律。

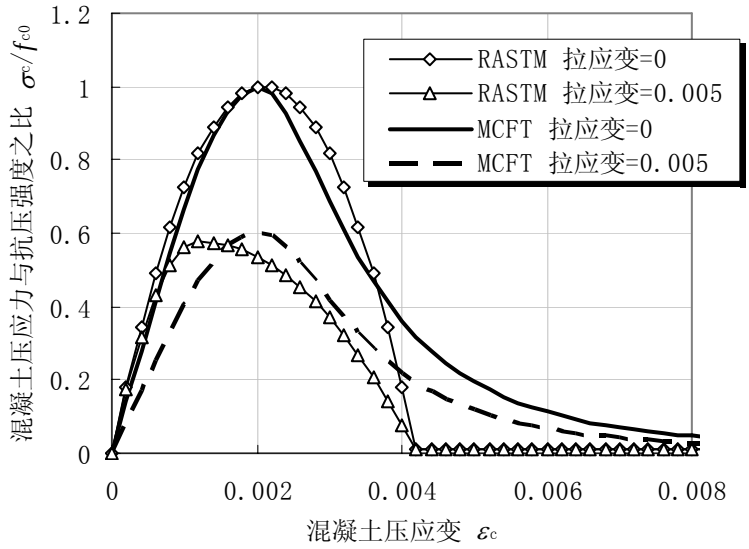


图 3.2　混凝土受压单轴应力应变关系及其软化

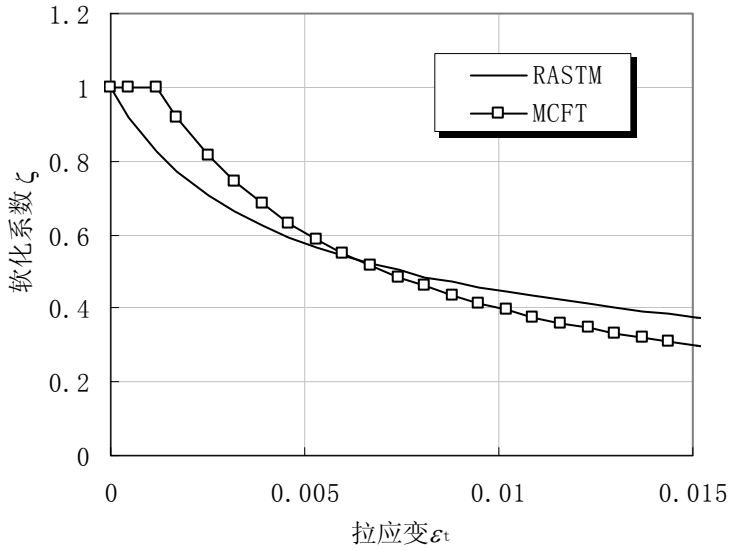


图 3.3　混凝土受压软化系数

两种模型关于混凝土单轴受拉应力应变关系的分歧表现在两个方面，一是受拉应力应变曲线下降段的软化模量，二是裂缝检查。修正压力场理论采用了较为平缓的下降段，同时根据裂缝局部的平衡条件，通过裂缝检查对该曲线进行修正。从图 3.4 中可以看出这一修正的实际效果是削去的曲线的峰。削峰的程度主要取决于钢筋配筋率以及钢筋的应力水平。转角软化桁架模型没有裂缝检查，同时采用了相对陡峭的下降段。

图 3.4 中同时画出了我国混凝土规范[58]建议的过镇海曲线。该曲线以素混凝

土为研究对象。它的下降段较上述两种模型都更为陡峭。

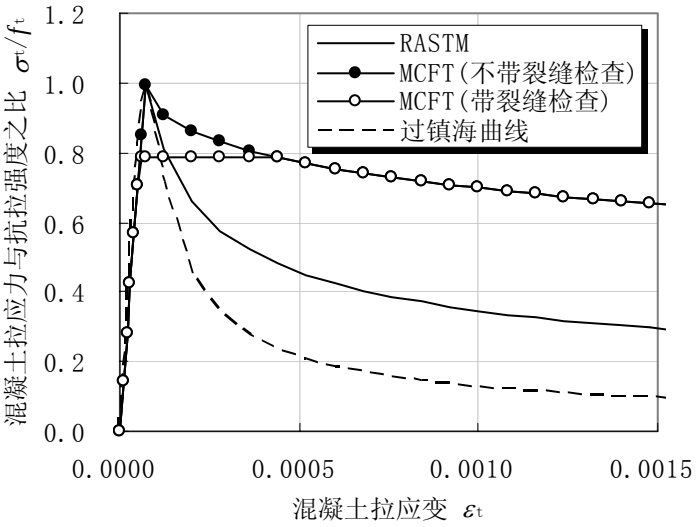
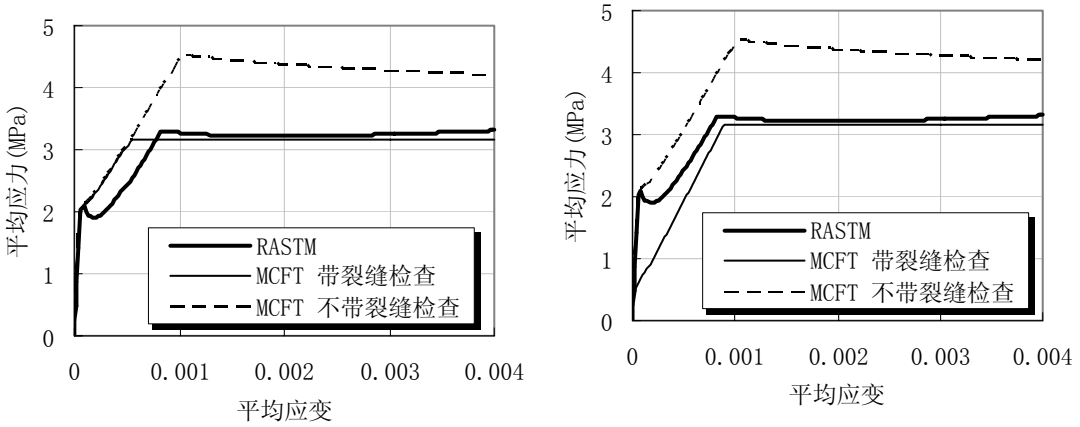


图 3.4　混凝土单轴受拉应力应变关系

图 3.5 以一个钢筋混凝土构件在单轴受拉作用下的行为展示了裂缝检查的效果。该钢筋混凝土构件只在受拉方向配置 0.15%的钢筋。钢筋屈服强度为 210MPa，混凝土轴心受压强度为 40MPa。图 3.5(a)中的裂缝检查只根据受拉方向的裂缝平衡来限制混凝土中的拉应力。这时，MCFT（带裂缝检查）与 RASTM 给出了大致相同的结果。差别之一是混凝土开裂时 RASTM 的软化速度较快，二是钢筋屈服后 RASTM 中的混凝土仍能承担一定的拉应力。

然而在平面应力问题的分析中，裂缝检查要同时根据两个方向的裂缝平衡来限制混凝土中的拉应力，如图 3.5(b)所示。这时 MCFT 将使混凝土过早开裂，从而过份低估了混凝土的抗拉能力。



(a) 只在一个方向进行裂缝检查　　(b) 两个方向一起进行裂缝检查

图 3.5　钢筋混凝土单轴受拉行为

值得注意的是，对于素混凝土，裂缝检查的实际效果是完全忽略了混凝土的抗拉强度。在后面的分析中会看到，这样做不但会低估混凝土的承载能力，而且对计算的收敛性也提出了更加苛刻的要求。

关于钢筋，修正压力场理论直接采用裸露钢筋的应力应变曲线，并假设其为理想弹塑性。转角软化桁架模型则采用“混凝土中的钢筋”的概念，相当于把钢筋及其与混凝土的界面作为一种材料来看待，采用宏观的应力应变关系。这样，钢筋的表观屈服强度有所降低，屈服后线性强化（图 3.6）。

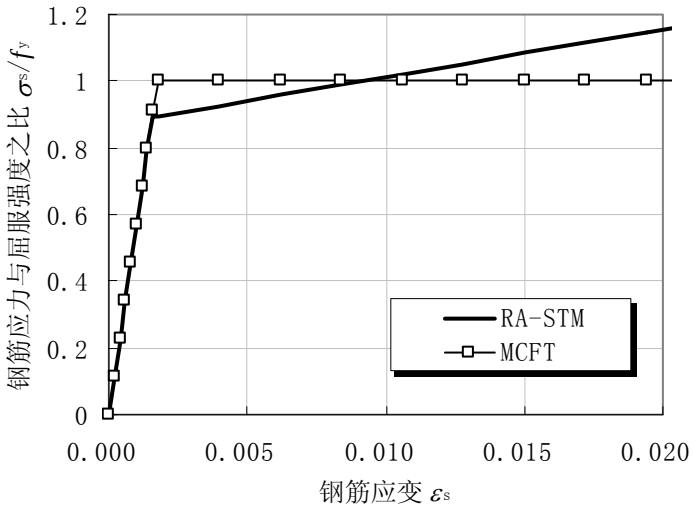


图 3.6　钢筋单轴受力应力应变关系

结合上述应力应变关系，根据式（3-1）至式（3-10）可以建立起由应变向量求应力向量的本构关系。本节将这一本构模型通过用户自定义材料 UMAT 子程序接口嵌入通用有限元程序 ABAQUS 6.5。为了加快增量法计算的收敛，采用向前差分法计算材料的切线刚度矩阵，具体流程如图 3.7 所示。程序框架确定以后，具体的应力应变关系可以自如选用。

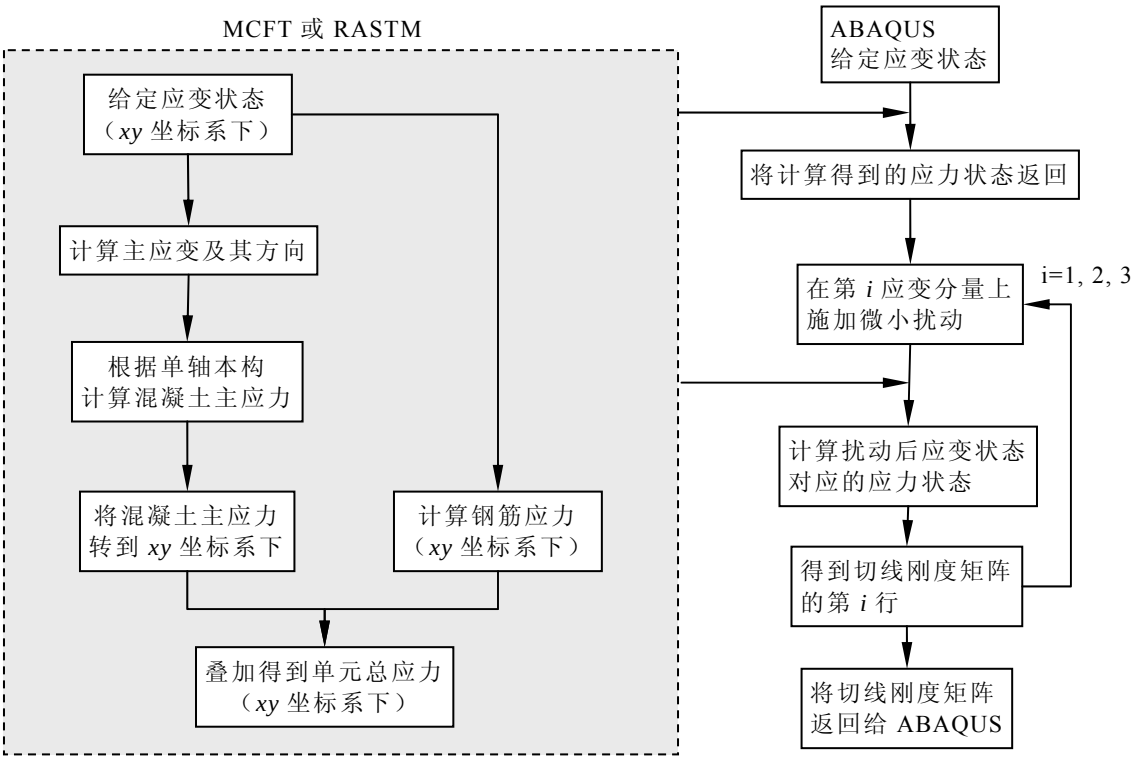


图 3.7　MCFT 或 RASTM 在 ABAQUS 用户子程序中的实现流程

3.2.2　与试验结果的对比

Bresler et al (1963)[59]给出了一组钢筋混凝土梁剪切和弯曲破坏的试验记录。这组试验数据多次被 Vecchio 和 Hsu 等人在各自的研究中采用[60][61][62] 。

本节首先利用这组试验中四个典型的剪切破坏梁的试验结果考察采用不同混凝土和钢筋应力应变关系的 MCFT 或 RASTM 的分析效果。为此，采用以下 5 种应力应变关系的组合分别进行计算，从 MCFT 逐步过渡到 RASTM。这些分析对象的基本参数请参见表 2.3。

(a) MCFT-1：完全采用表 3.2 中 MCFT 的应力应变关系；

(b) MCFT-2：在 MCFT-1 的基础上取消裂缝检查；

(c) MCFT-3：把 MCFT-2 中的混凝土单轴受拉应力应变关系改为 RASTM 建议的公式；

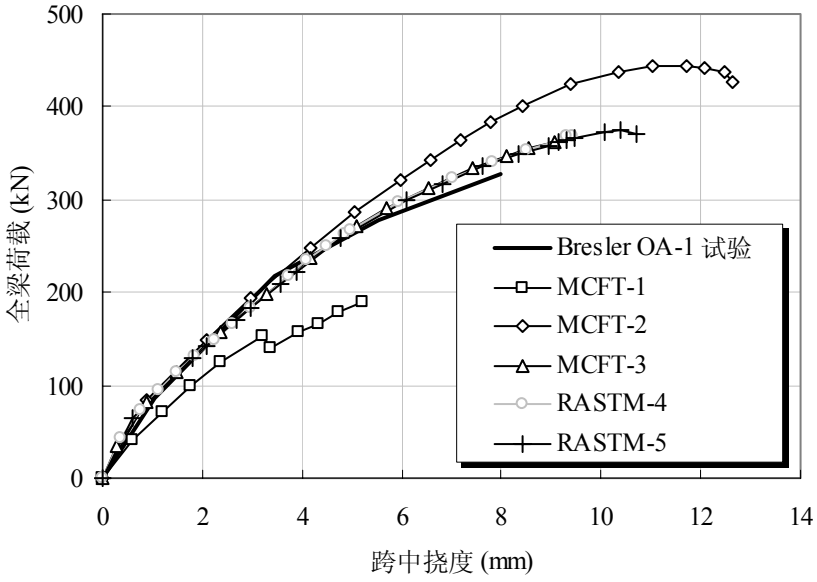
(d) RASTM-4：把 MCFT-3 中的钢筋单轴受压应力应变关系改为 RASTM 建议的公式；

(e) RASTM-5：把 RASTM-4 中的混凝土单轴应力应变关系改为 RASTM 建议的公式，即完全采用表 3.2 中 RA-STM 的应力应变关系。

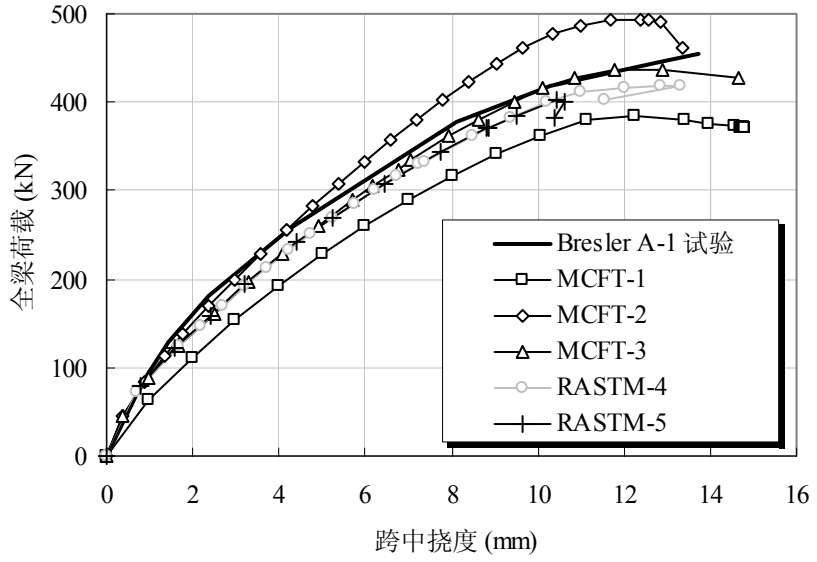
以下所有分析均在 ABAQUS 6.5-1 中进行。采用平面应力模型，混凝土采用 4 节点平面应力实体单元 CPS4；纵筋采用平面 2 节点杆单元 T2D2 并通过 embed

方式嵌入混凝土梁腹，不考虑钢筋与混凝土之间的滑移。箍筋直接以配箍率的形式在 MCFT 或 RASTM 材料参数中输入，为整体式建模。采用上文介绍的用户自定义材料子程序 UMAT 在 ABAQUS 中实现 MCFT 或 RASTM。采用位移增量加载，并由弧长法控制加载增量。

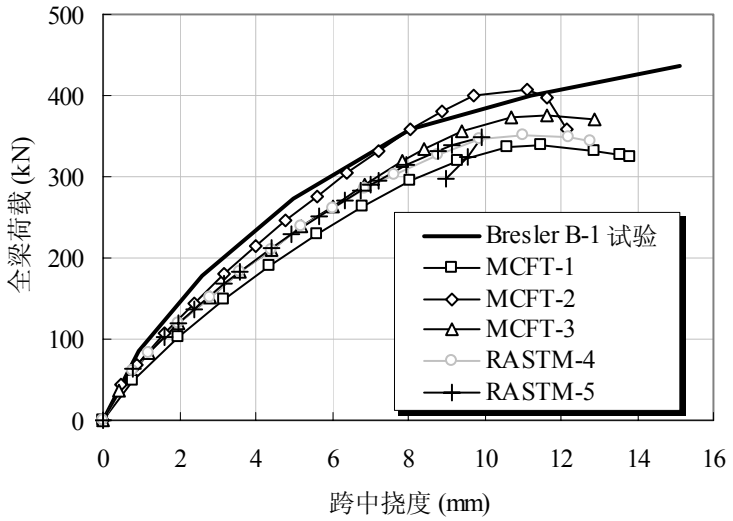
图 3.8 比较了上述应力应变关系的 5 种组合在分析 OA-1、A-1、B-1 和 C-1 四个试件中的效果。OA-1 与 A-1 的区别仅在于 OA-1 没有箍筋而 A-1 配有箍筋。B-1 和 C-1 两个试件与 A-1 试件的区别仅在于横截面宽度与配筋率的不同。



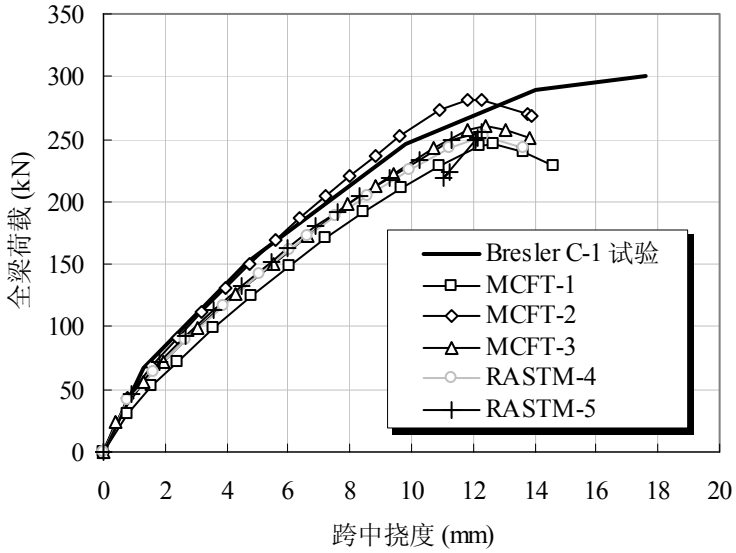
(a) OA-1



(b) A-1



(c) B-1



(d) C-1

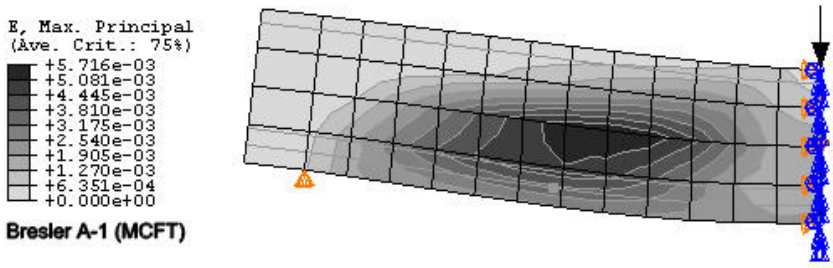
图 3.8　Bresler et al (1963)[59]试件荷载-位移曲线

在图 3.8(a)中，MCFT-1 没能计算到试件的极限状态而过早地由于收敛问题而中止。其它几种模型均能较好的计算到极限状态。各图中均以荷载出现下降且不再超越时的状态作为极限状态。MCFT-1 的过早中止与它采用了裂缝检查有关。

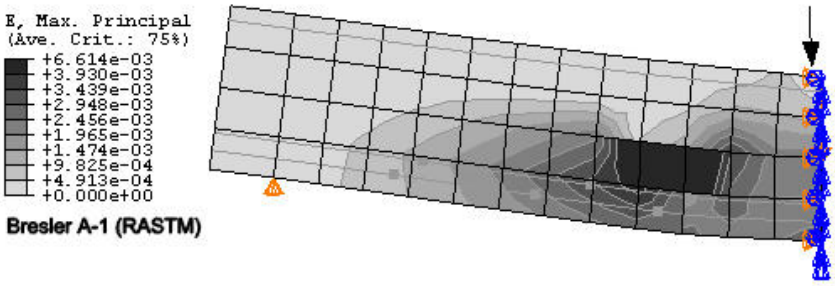
从图 3.8 中可以看出，MCFT-1 低估了试件了刚度和承载力，取消裂缝检查的 MCFT-2 则高估了试件的承载力。再将受拉软化曲线改为 RASTM 采用的较为陡峭的下降段，则 MCFT-3 给出的结果比较接近试验结果。而 MCFT-3 与 RASTM-4、RASTM-5 之间的差别并不显著。这三者之间在模型上的差别在于混凝土受压应力应力曲线与钢筋应力应变曲线。由此可见，混凝土的单轴受拉行为

是影响 MCFT 或 RASTM 分析效果的主要因素。

图 3.9 显示了 MCFT 与 RASTM 分析得到的 A-1 试件梁腹的主拉应变的分布，RASTM 等到的梁腹裂缝更靠近跨中。



(a) MCFT 得到的结果（计算中止时）



(b) RASTM 得到的结果

图 3.9　试件 A-1 极限状态时的主拉应变分布

从以上分析结果与试验结果的对比中可以看出：

(1) 在 MCFT 或 RASTM 中，混凝土与钢筋的单轴应力应变关系对模型分析效果具有显著的影响。

(2) 上述计算模型基本能够把握钢筋混凝土梁剪切破坏的特征，如裂缝的发展与裂缝区域的分布等。

基于以下原因，本节建议采用上文中的 MCFT-3 进行下一步（3.4 节）的有限元分析。MCFT-3 的混凝土受拉行为符合表 3.2 中 RASTM 的规定，而混凝土受压和钢筋的受力行为符合表中 MCFT 的规定：

(a) MCFT 或 RASTM 将钢筋与裂缝均弥散于材料中，模型中并不存在裂缝。裂缝检查所采用的裂缝处局部平衡的原理并不适用。且从分析效果上看，裂缝检查往往低估了混凝土的抗拉能力，这个问题对于无腹筋梁尤为严重。另一方面，为了使计算结果更接近试验，采用了裂缝检查的 MCFT 模型不得不在混凝土受拉开裂后采用非常平缓的下降段曲线（如图 3.4）。故本文建议取消裂缝检查，并代之以 RASTM 建议的较为陡峭的混凝土受拉下降段。

(b) 与混凝土构件剪切破坏行为的离散性相比，MCFT 与 RASTM 对混凝土的受压行为和钢筋受力行为的规定对计算结果的影响并不显著。为简单起见，建

议采用 MCFT 规定的相关应力应变关系。

3.3　考虑复杂应力状态的FRP-混凝土粘结滑移关系

本节以及 3.4 节讨论 FRP 加固混凝土梁分析模型的另一个重要方面，即 FRP 与混凝土界面行为的建模。本节讨论应用于分离式模型中的 FRP-混凝土粘结滑移关系，下节讨论应用于整体式模型中的等效 FRP 应力应变关系。

3.3.1　模型的建立

Yuan et al (2004)[63]推导了单剪试验中 FRP 应变分布的解析解。将该解析解与适当的 FRP-混凝土界面粘结滑移模型相结合，可以方便计算加载过程中 FRP 纤维方向应变分布的发展变化。下面将采用这一方法首先揭示现有 FRP-混凝土粘结滑移模型在应用于 FRP 抗剪加固混凝土梁时的不足。

图 3.11 展示了文献[63]中的解析方法结合文献[29]提出的 FRP-混凝土界面粘结滑移双线性模型计算得到的本文试验中 U 形粘贴加固试件中央 FRP U 形条带（F3）上的应变分布的发展。这里，梁腹主斜裂缝上方的 FRP 条带被视为与单剪试验中的 FRP 条带类似，主斜裂缝相当于加载端，梁顶相当于自由端（图 3.10）。同时计算了文献[64]中一个单剪试验中的 FRP 应变分布的发展以作比较。

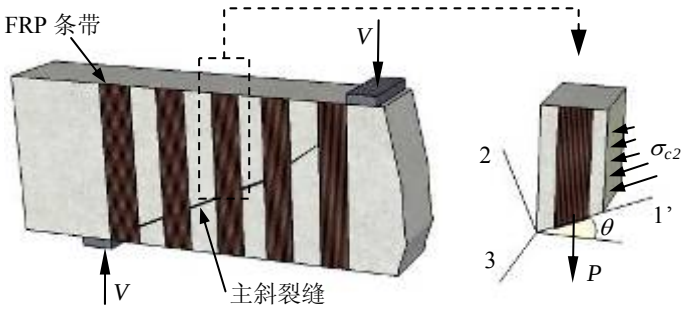
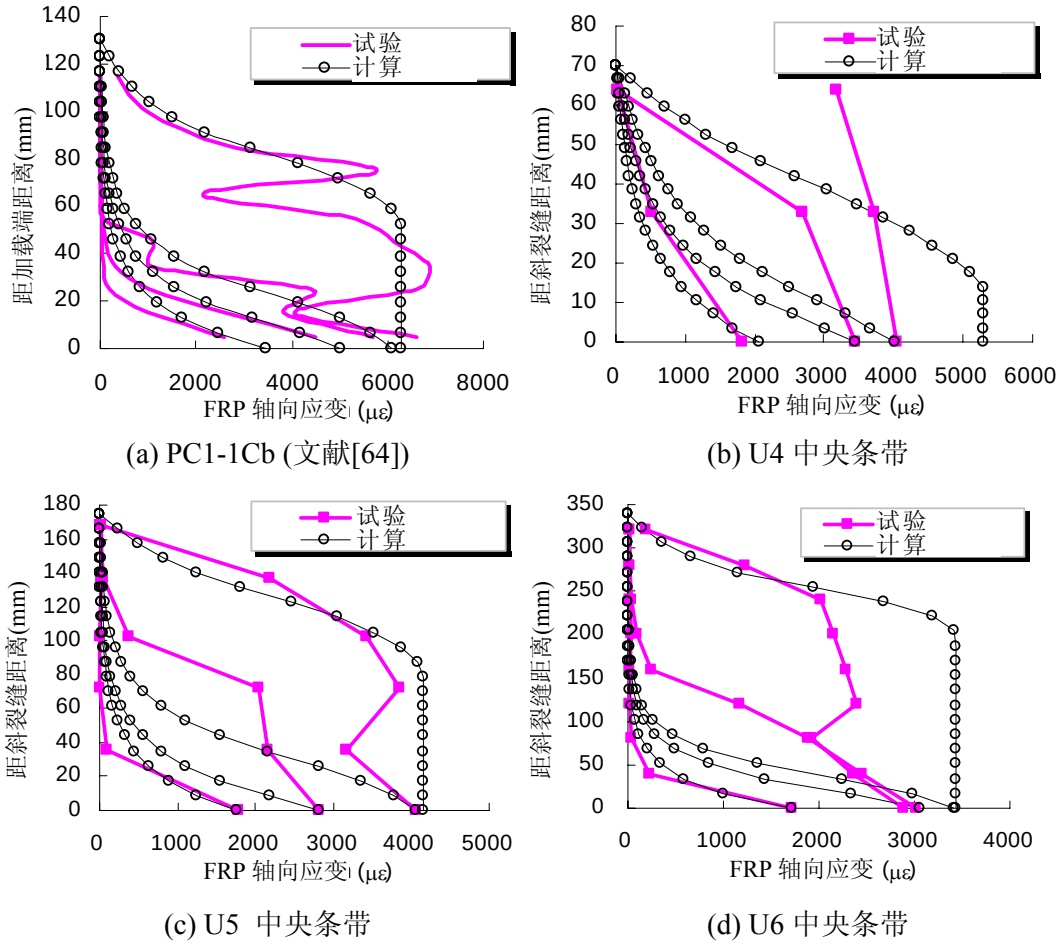


图 3.10　FRP 抗剪加固混凝土梁中的 FRP 条带

对于单剪试验（图 3.11a），解析解与试验结果吻合良好，而对于加固梁，解析解的预测则与试验结果有如下明显的偏差：（1）计算的 FRP 剥离应变往往高于试验值。对于试件 U4 尤其明显，计算值比试验值高出 1260με。（2）当 FRP-混凝土界面处于弹性-软化阶段[63]时，计算的界面刚度明显高于试验结果。如果保持加载端处 FRP 应变的计算值与试验值相等，则加载端附近的 FRP 应变的计算值明显小于试验值。在解析解中，当加载端处开始发生界面剥离时，FRP 将达到其最大应变，不再可能增长。这符合单剪试验中观察到的现象。然而在 FRP 加固梁中，即使主斜裂缝处已经发生剥离，FRP 的应变仍有可能继续增长，如图

3.11(b, c, d)所示。



(a) PC1-1Cb (文献[64])　(b) U4 中央条带

(c) U5 中央条带　(d) U6 中央条带

图 3.11　FRP 应变分布解析解与试验值的比较

基于第 2 章表 2.2 中有 FRP 最大应变记录的 23 根梁以及本文试验的试验结果，图 3.12 比较了 FRP 加固混凝土梁中 FRP 最大应变的计算值与试验值。其中计算值采用 Chen et al (2003)[2]提出的公式得到。可以明显看出，计算值往往偏高。

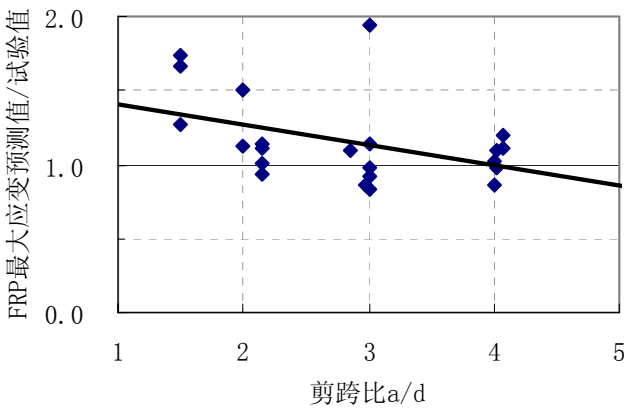


图 3.12　FRP 最大应变预测值与实验值的比较

在单剪试验中，FRP 条带下的混凝土基本处于单剪状态，如图 3.13 中的 A

状态。在 FRP 加固混凝土梁中，主斜裂缝上方的 FRP U 形箍部分可以看成是单剪试验中的 FRP 条带，但其下的混凝土处于不同的应力状态（图 3.10）。在 FRP 抗剪加固混凝土梁中，主斜裂缝上方 FRP 条带下的混凝土同时是混凝土梁腹压杆的一部分。通常忽略混凝土中的拉应力，则其应力状态可以简化为斜向的单轴受力状态，如图 3.13 中的 B 状态。A、B 状态的组合则得到 FRP 条带下混凝土实际的应力状态，如图 3.13 中的 C 状态。这一应力状态可用式（3-15）所示的应力张量来表示。式（3-16）中列出了这一应力张量的几个常用的不变量。

图 3.13 中箭头方向指向坐标轴正向，表示的物理量为正。

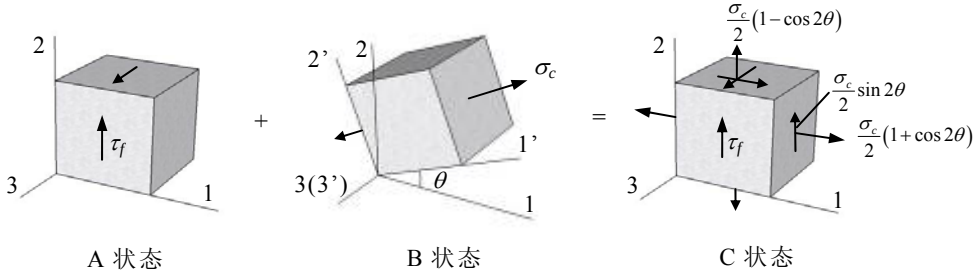


图 3.13　混凝土加固梁中 FRP 条带下混凝土的应力状态

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_c}{2}(1+\cos 2\theta) & \frac{\sigma_c}{2}\sin 2\theta & 0\\ \frac{\sigma_c}{2}\sin 2\theta & \frac{\sigma_c}{2}(1-\cos 2\theta) & \tau_f\\ 0 & \tau_f & 0\end{bmatrix} \tag{3-15}$$

$$\begin{aligned}I_1&=\sigma_c\\ J_2&=\frac{1}{3}\sigma_c^2+\tau_f^2\\ J_3&=\frac{2}{27}\sigma_c^3-\frac{1}{2}\sigma_c\tau_f^2\left(\frac{1}{3}+\cos 2\theta\right)\end{aligned} \tag{3-16}$$

各国研究者已提出了大量的混凝土破坏面模型，从最简单的单参数模型到复杂的五参数或者更多参数的模型。本节不拟对混凝土破坏面模型进行深入探讨，同时在本文研究中由试验得到的混凝土材料参数有限（只有 f_c 与 f_t），因此这里仅讨论经典的单参数和双参数破坏面模型。另一方面，复杂的混凝土破坏面模型对于本节的研究并无重大的实用意义。

FRP-混凝土界面是宏观的概念。它包括 FRP 与混凝土之间的胶层，也包括胶层下一定区域内的混凝土层。同时，胶层的破坏在工程实践中应通过有效的施工措施加以避免。因此在研究中往往只关注混凝土剥落引起的 FRP-混凝土界面

的剥离破坏。这样，混凝土的性能就对 FRP-混凝土界面的行为至关重要。为此，以下分析中将混凝土的破坏面模型用于描述 FRP-混凝土界面在复杂受力状态下的失效行为。

通过把式（3-16）中的应力不变量代入各种破坏面模型中，便可得到相应的混凝土斜压应力σ_c与界面剪应力$\tau_{f,\max}$之间的关系。图 3.14 显示了不同破坏面模型对应的σ_c-$\tau_{f,\max}$关系，为简化起见，暂取混凝土斜压应力σ_c的倾角θ=0。不同模型的参数按照具有相同的最大剪应力来标定。

Rankine 破坏准则认为，当任何一个应力分量达到材料的抗拉强度时材料即告失效，而不受其它方向应力状态的影响。从图 3.14 中也可以看到，在 Rankine 准则下，最大粘结剪应力$\tau_{f,\max}$与σ_c无关。Mohr-Coulomb 破坏准则常被用来描述岩石、混凝土和土体。它在二维情况下形式简洁明了，在三维情况下也把握住了混凝土破坏面的重要属性。Druker-Prager 破坏准则用圆弧形来代替 Mohr-Coulomb 准则三维破坏面在平面上的不规则六边形。这样做可以极大的方便数值计算，但同时忽略了混凝土破坏面关于偏应力第三不变量的相关性。

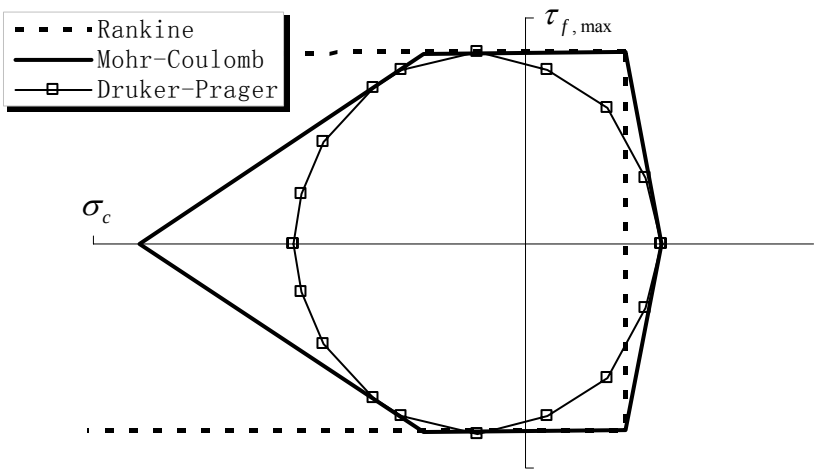


图 3.14　不同破坏准则得出的$\tau_{f,\max}$ - σ_c关系

本研究中，混凝土破坏面的特性较之计算稳定性更加重要，故在以下推导中采用 Mohr-Coulomb 准则。在三维情况下，Mohr-Coulomb 准则可以表示如式（3-17）[65] 所示。

$$f(I_1,J_2,\psi)=\frac{1}{3}I_1\sin\varphi+\sqrt{J_2}\sin\left(\psi+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}}\cos\left(\psi+\frac{\pi}{3}\right)\sin\varphi-c\cos\varphi=0 \tag{3-17a}$$

$$\psi = \frac{1}{3}\arccos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right) \quad \text{and} \quad 0 \le \psi \le \frac{\pi}{3} \tag{3-17b}$$

将式（3-16）代入式（3-17）则可得到如式（3-18）所示的$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$ - σ_{c}关系

$$\begin{aligned} f(\sigma_{\mathrm{c}},\tau_{\mathrm{f,\,max}},\theta) &= \frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{c}}\sin\varphi + \sqrt{\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{c}}+\tau_{\mathrm{f,\,max}}}\,\sin\left(\psi+\frac{\pi}{3}\right) \\ &\quad + \frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{c}}+\tau_{\mathrm{f,\,max}}}\,\cos\left(\psi+\frac{\pi}{3}\right)\sin\varphi - c\cos\varphi \\ &= 0 \end{aligned} \tag{3-18a}$$

$$\psi = \frac{1}{3}\arccos\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\frac{2}{27}\sigma_{\mathrm{c}} - \frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{c}}\tau_{\mathrm{f,\,max}}^2\left(\frac{1}{3}+\cos 2\theta\right)}{\left(\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{c}}^2+\tau_{\mathrm{f,\,max}}^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right] \tag{3-18b}$$

其中破坏面参数 c 和φ可以通过以下两个条件来确定：

(1)　σ_{c}=0 时，$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$达到其最大值$\tau_{\mathrm{f0,\,max}}$。由此可得：

$$\tau_{\mathrm{f0,\,max}} = c\cos\varphi \tag{3-19a}$$

(2)　当σ_{c}达到f_{c}时，$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$降为 0。由此可得：

$$f_{\mathrm{c}} = \frac{2c\cos\varphi}{\sin\varphi - 1} \tag{3-19b}$$

求解式（3-19）可得：

$$c = \frac{\tau_{\mathrm{f0,\,max}}}{\sqrt{1-\left(\frac{\tau_{\mathrm{f0,\,max}}+f_{\mathrm{c}}}{f_{\mathrm{c}}}\right)^2}} \tag{3-20a}$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\tau_{\mathrm{f0,\,max}}+f_{\mathrm{c}}}{f_{\mathrm{c}}}\right) \tag{3-20b}$$

其中f_{c}可由试验确定，$\tau_{\mathrm{f0,\,max}}$可按一般的基于单剪试验的粘结滑移模型取值。

式（3-18）隐式地给出了$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$和σ_{c}之间的关系。这一关系略显复杂，不便于使用，为此需要进行一些简化。图 3.15 比较了混凝土斜压应力σ_{c}的倾角θ 取不同值时的$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$-σ_{c} 曲线。在第二象限（一拉一压），当θ = 0 时二者为双线性关系。当θ= π/6 时，$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$-σ_{c} 曲线变化并不大。为简单起见，建议当θ 不大于 π/6 时采用图 3.6 所示的 AB 和 BC 线段来描述第二象限的$\tau_{\mathrm{f,\,max}}$-σ_{c}关系。可以求解出

B 点的坐标为(-$\tau_{f0,\ max}$，$\tau_{f0,\ max}$)。这一双线性关系可以表示为式（3-21）所示的显式函数。

$$\tau_{f,\max} = \tau_{f0,\max} \cdot \min\left(1,\ \frac{f_c - \sigma_c}{f_c - \tau_{f0,\max}}\right) \text{where } f_c < \sigma_c < 0 \qquad (3\text{-}21)$$

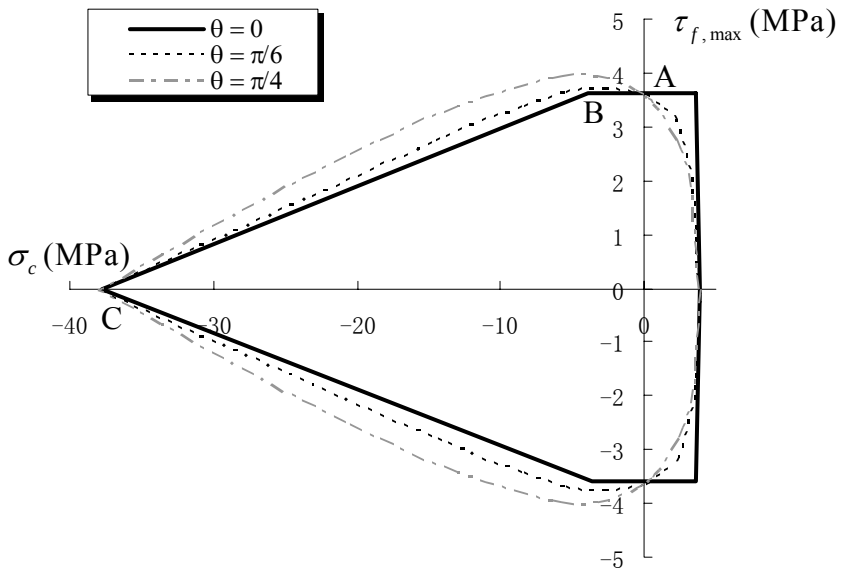


图 3.15　θ 对 τ_f-σ_c 关系的影响

基于以上推导，可以得到考虑 FRP-混凝土界面中混凝土复杂应力状态的修正的粘结滑移关系，如图 3.16，3.17 所示。图 3.16 中，FRP 抗剪加固梁的梁腹处 FRP-混凝土界面随着加载的进行而越来越弱。而这一软化行为由图 3.17 中的双线性关系控制。

图 3.16 画出的是双线性粘结滑移关系。实际上任何形式的粘结滑移关系都可以用图 3.17 中的软化关系进行修正。需要注意的是当混凝土斜压应力σ_c的倾角θ 较大时，双线性的软化关系可能不再适用。这时需要采用式（3-18）所示的未经简化的$\tau_{f,\ max}$-σ_c关系。

在下面与试验结果的对比中，所有计算仍然采用文献[29]提出的双线性粘结滑移关系模型。同时由于下文算例中θ 均约为π/6，故仍然采用式（3-21）中的$\tau_{f,max}$-σ_c双线性关系（图 3.17）。

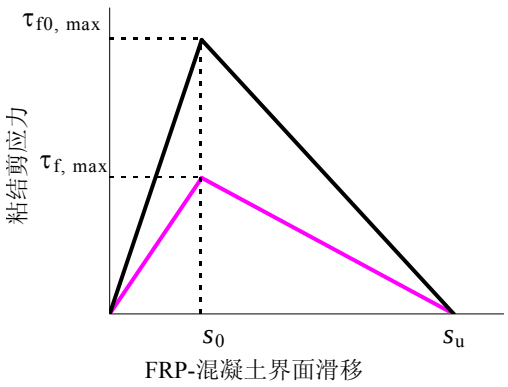


图 3.16　修正的双线性粘结滑移模型

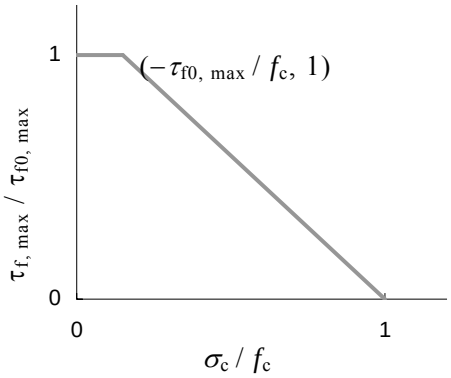


图 3.17　$\tau_{f,\max}$ 的软化

3.3.1　与试验结果的对比

Yuan et al (2004)[63]给出的计算 FRP-混凝土界面应力的解析方法固然方便易用，但如需应用更加复杂的粘结滑移关系则无能为力。有限元分析提供了更大的灵活性。下面使用通用有限元程序 ABAQUS 6.5-1 建立简化的有限元模型来验证上述修正的粘结滑移关系的有效性。图 3.18 为有限元模型示意图。其中 FRP 条带由 2 节点杆单元 T2D2 模拟，采用线弹性材料。FRP 条带的每个节点均通过非线性弹簧单元与混凝土基底相连。混凝土基底的所有节点自由度均固定，相当于一个刚性基底。同时 FRP 条带单元节点的 x 方向自由度也被固定。非线性弹簧只控制 FRP-混凝土界面的 y 方向（切向）行为。在 FRP 条带的最下方节点上施加线性增大的位移 S，它代表梁腹主斜裂缝处 FRP-混凝土界面发生的滑移。在每一对节点（一个混凝土节点和一个 FRP 节点）上都定义了一个场变量以在加载过程中控制非线性弹簧的力学行为。

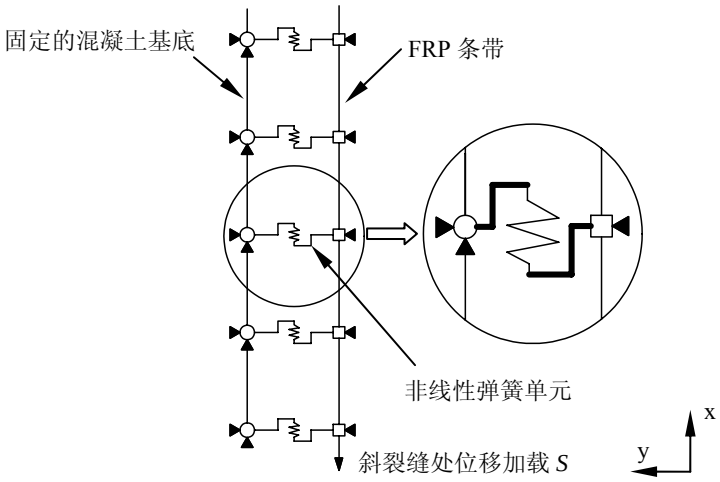


图 3.18　有限元模型示意图

为了在上述有限元模型中考虑 FRP-混凝土界面剪切强度的软化行为，需要

建立混凝土主压应力σ_c和主斜裂缝处 FRP-混凝土界面滑移 S 之间的关系。这里利用了本文第 2 章试验量测的 FRP 和混凝土的应变。首先做以下假设：

(a) 混凝土主应力方向与主应变方向重合；

(b) 梁腹主斜裂缝方向与混凝土主压应变方向重合。

按以下步骤得到σ_c-S 关系：

(1) 根据对比梁的混凝土应变记录，建立梁跨中挠度Δ与梁腹混凝土最大主压应变$\varepsilon_{c,\,max}$之间的关系。

近似地取主斜裂缝中央上方基本平行于主斜裂缝布置的混凝土应变片的应变值作为混凝土最大主压应变$\varepsilon_{c,\,max}$。图 3.19 显示了三根对比梁中的最大主压应变$\varepsilon_{c,\,max}$ 与梁跨中挠度Δ之间的关系。通过线性拟合，可以得到$\varepsilon_{c,\,max}$-Δ之间的线性关系，如式（3-22）所示，其中下标指出了试件的编号，挠度Δ的单位是 mm。

$$\varepsilon_{c\max,RC1} = 435\Delta_{RC1} \times 10^{-6} \qquad (3\text{-}22a)$$

$$\varepsilon_{c\max,RC2} = 233\Delta_{RC2} \times 10^{-6} \qquad (3\text{-}22b)$$

$$\varepsilon_{c\max,RC3} = 154\Delta_{RC3} \times 10^{-6} \qquad (3\text{-}22c)$$

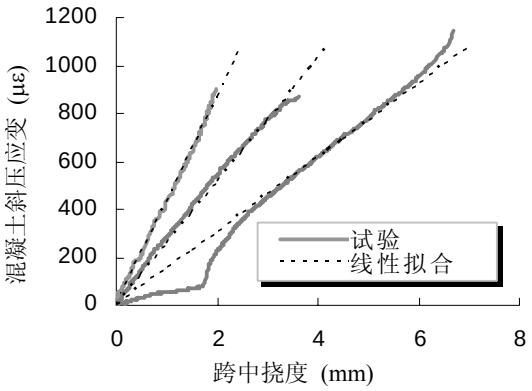


图 3.19　混凝土斜压杆中压应变实测值

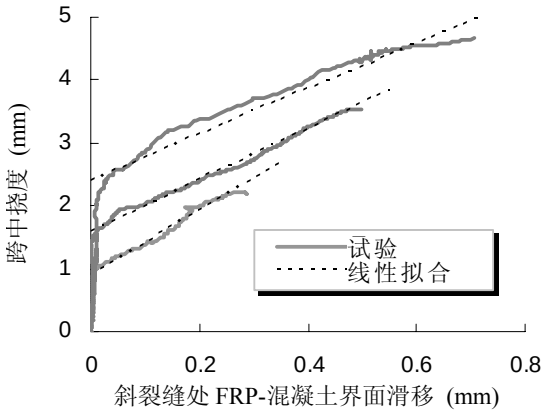


图 3.20　裂缝处 FRP 滑移与跨中挠度的关系

(2) 根据 FRP 加固梁的 FRP 应变记录，建立梁跨中挠度Δ与主斜裂缝处 FRP-混凝土界面滑移 S 的关系。

FRP-混凝土界面在主斜裂缝处的滑移可以通过将 FRP 纤维方向应变沿纤维方向从主斜裂缝处到梁顶（FRP 自由端）积分得到。图 3.20 显示了三根 FRP 加固梁的Δ-S 关系。同样采用线性拟合，可以得到二者之间的近似线性关系，如式（3-23）所列，其中下标指出了试件编号。

$$\Delta_{U4} = 5.08S_{U4} + 0.91 \tag{3-23a}$$

$$\Delta_{U5} = 4.05S_{U5} + 1.59 \tag{3-23b}$$

$$\Delta_{U6} = 3.65S_{U6} + 2.39 \tag{3-23c}$$

(3) 建立 FRP 加固梁的梁腹混凝土主压应变ε_c 与主斜裂缝处 FRP-混凝土界面的滑移 S 之间的关系。

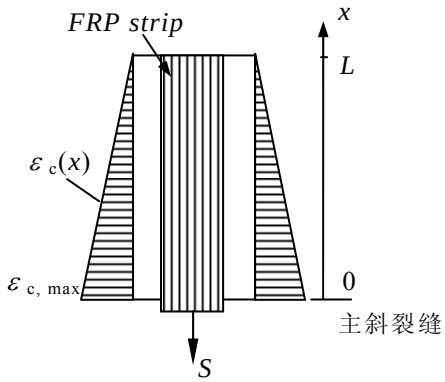


图 3.21　有限元模型中假设的混凝土斜压杆应变沿梁高的分布

对比梁的试验表明，混凝土斜压应变沿垂直于主斜裂缝方向基本呈线性分布，梁腹中央最大，向梁顶和梁底逐渐减小，参见图 2.7。基于这一结果，近似地假设混凝土主压应变ε_c 沿 FRP 条带纤维方向（即梁高方向）线性分布，主斜裂缝处最大，梁顶为 0，如图 3.21 所示。其中ε_c 可依式（3-24）计算得到。

$$\varepsilon_c(x) = \varepsilon_{c,\max} \cdot \frac{L-x}{L} \tag{3-24}$$

其中 x 是距离主斜裂缝的距离，L 是主斜裂缝上方 FRP 条带的粘结长度。

假设对比梁与 FRP 加固梁的跨中挠度以及梁腹最大主压应变均相等，即 $\Delta_U=\Delta_{RC}$ 且 $\varepsilon_{cmax,U}=\varepsilon_{cmax,RC}$，将式（3-22）、式（3-23）代入式（3-24）中可得式（3-25），对于一个给定的滑移 S，可以计算出某一位置 FRP 下方混凝土的主压应变ε_c。式中下标指出了试件编号。

$$\varepsilon_{c,U4}(x) = \frac{L_{U4}-x}{L_{U4}} \cdot (2208S_{U4} + 396) \times 10^{-6} \tag{3-25a}$$

$$\varepsilon_{c,U5}(x) = \frac{L_{U5}-x}{L_{U5}} \cdot (944S_{U5} + 372) \times 10^{-6} \tag{3-25b}$$

$$\varepsilon_{c,U6}(x) = \frac{L_{U6}-x}{L_{U6}} \cdot (562S_{U6} + 369) \times 10^{-6} \tag{3-25c}$$

（4）建立软化方程。

采用 Hognestad (1952)[66] 建议的抛物线形混凝土单轴应力-应变曲线的上升段，如式（3-26）。将其代入式（3-21），则得到对应于某一个混凝土主压应变 ε_c 的 FRP-混凝土界面最大粘结剪应力 $\tau_{f,max}$ 的计算公式（式（3-27））。而混凝土主压应变 ε_c 又可通过式（3-25）由斜裂缝处 FRP-混凝土界面的滑移 S 得出。故对于给定的 S，可以得到 $\tau_{f,max}$。

$$\sigma_c = f_c \times \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \text{ 且 } \varepsilon_c \le \varepsilon_0 \tag{3-26}$$

$$\tau_{f,\max} = \tau_{f0,\max} \cdot \min\left(1, \frac{f_c}{f_c - \tau_{f0,\max}} \cdot \left[1 - \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \right), \quad \varepsilon_c < \varepsilon_0 \tag{3-27}$$

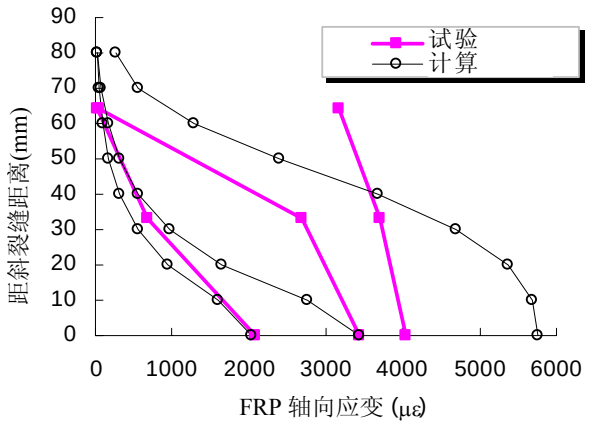
其中 ε_0 为混凝土峰值压应变，按照中国规范[58]取为 0.002。

在有限元分析中，每一个荷载增量步开始时通过式（3-25）计算每一个 FRP 条带节点处的 ε_c，再通过软化方程式（3-27）计算出相应的非线性弹簧当前的力学参数（即 $\tau_{f,\max}$，它是唯一需要在加载过程中不断更新的变量），在当前荷载增量步内采用这一更新了的力学参数进行计算。

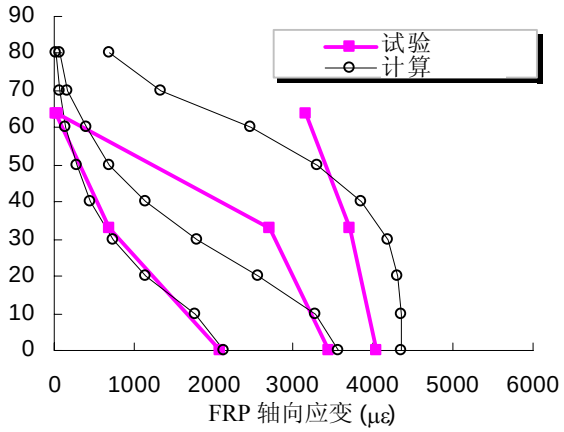
图 3.22 显示了采用上述修正的粘结滑移关系的有限元模型对三个 FRP 加固梁的中央条带（即图 2.4 中的 F3）的分析结果。采用未修正的粘结滑移关系的有限元分析结果同时列于图 3.22 中以方便比较。从中可以看出，采用修正模型后，FRP 最大应变的计算结果与试验更加吻合，同时在弹性-软化阶段 FRP-混凝土界面的刚度也与试验结果更加接近。

图 3.23 以加固梁 U4 为例，给出了更加详细的分析结果。其中图 3.23(a)比较了采用不同粘结滑移关系计算得到的以及试验得到的 FRP 最大应变与 FRP-混凝土界面在主斜裂缝处的滑移之间的关系。这一关系类似于通常的荷载位移关系，综合反映了加载对象的强度与刚度。由图可见，采用修正的粘结滑移关系得到的曲线与试验吻合得更好。

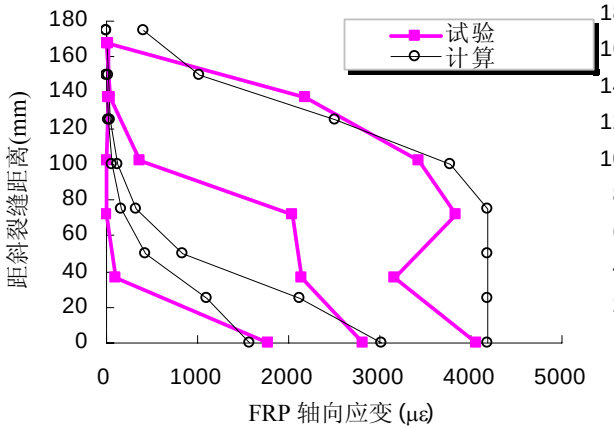
图 3.23(b)显示了采用修正的粘结滑移本构计算得到的界面剪应力的发展过程。这与传统的单剪试验中界面剪应力的发展过程不同。加载端发生局部剥离后，界面最大粘结剪应力仍能继续增长，这使得 FRP 最大应变在裂缝处已经发生剥离的情况下仍然能够增长。



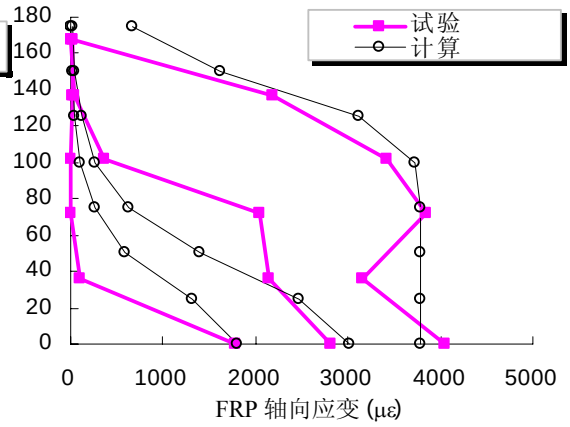
(a) 原模型预测的 U4 中央条带



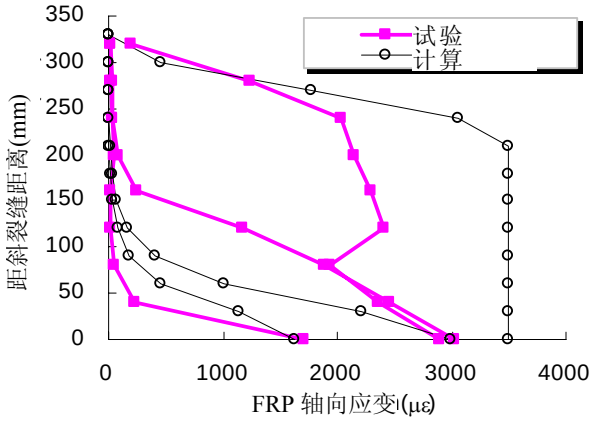
(b) 修正模型预测的 U4 中央条带



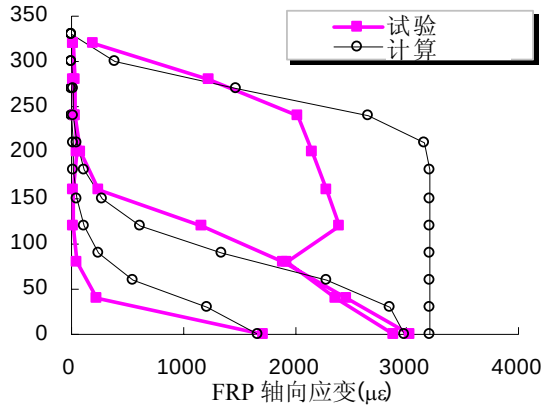
(c) 原模型预测的 U5 中央条带



(d) 修正模型预测的 U5 中央条带

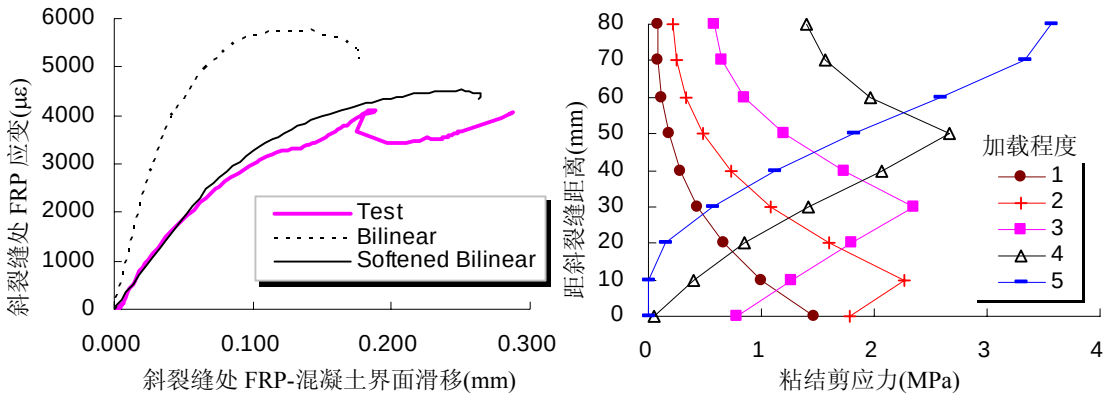


(e) 原模型预测的 U6 中央条带



(f) 修正模型预测的 U6 中央条带

图 3.22　原粘结滑移模型与修正后的模型应用于有限元模型中预测的 FRP 应变分布的比较



(a) FRP 最大应变与裂缝处滑移的关系　　(b) 界面粘结剪应力的发展

图 3.23　修正的粘结滑移模型预测的 U4 中央条带的结果

图 3.23(b)的图例仅说明曲线出现的早晚顺序，其加载阶段与 Yuan et al (2004)[63]中定义的加载阶段无关。

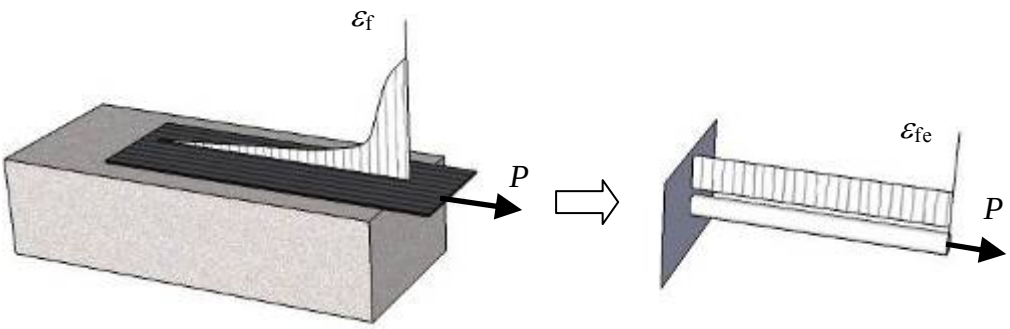
3.4　等效FRP应力应变关系

FRP-混凝土界面的粘结滑移行为对 FRP 加固混凝土梁的受力性能有重要的影响。3.3 节基于 FRP 抗剪加固梁的特点，修正了现有的 FRP-混凝土界面粘结滑移关系。然而直接引入 FRP-混凝土界面粘结滑移关系的分离式 FRP 建模方式在使用中比较麻烦，这集中表现在混凝土部分与 FRP 部分的网格匹配，界面单元的设置等方面。同时，FRP-混凝土界面粘结滑移关系的软化段往往比较陡峭，这为有限元计算的收敛造成一定的麻烦。

整体式建模相对比较简便，然而不能显式的考虑 FRP-混凝土界面的滑移。为此，本节首先建立考虑 FRP-混凝土界面粘结滑移的等效 FRP 应力应变关系，进而采用整体式 FRP 模型分析一组 FRP 抗剪加固混凝土试件，以验证模型的有效性。

3.4.1　模型的建立

FRP-混凝土节点在单轴拉伸下 FRP 的应变分布如图 3.24(a)所示，FRP 应变在加载端最大，并向远端逐渐传播。在加载的初期，应变集中在加载端附近。随着荷载 P 的增大，FRP-混凝土界面从加载端开始逐渐剥离，这时加载端附近 FRP 应变不再显著变化，而远离加载端处的 FRP 应变开始显著增大。当 FRP 自由端的应变也达到 FRP 剥离应变时，FRP 完全剥离并退出工作。



(a) FRP-混凝土节点的单轴拉伸　　(b)等效 FRP 的单轴拉伸

图 3.24　FRP-混凝土界面的等效

现把图 3.24(a)中的整个节点视为一种均质材料，如图 3.24(b)所示，使它与 FRP-混凝土节点具有相同的力-位移行为，从而可以按式（3-28）定义等效 FRP 的应力应变，其中 P 为荷载，Δ为加载端的位移，L_f 为 FRP 的粘结长度。

$$\begin{cases}\sigma_{fe} = P/(t_f b_f) \\ \varepsilon_{fe} = \Delta/L_f\end{cases} \tag{3-28}$$

文献[63]基于双线形 FRP-混凝土粘结滑移关系推导得到如图 3.25 所示的 FRP-混凝土节点力-位移关系。

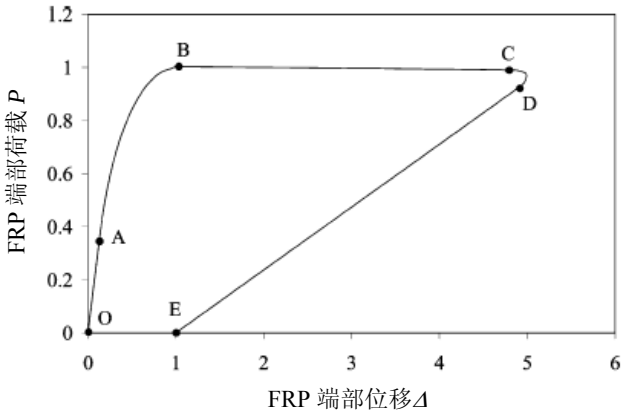


图 3.25　FRP-混凝土节点力-位移关系

图中 OA 为弹性段，B 点为最大荷载点。对文献[63]中的公式作以简化，假设混凝土为刚体，并忽略对数正切的影响，则可得到弹性段 OA 对应的力-位移关系式（3-29）和 B 点对应的最大荷载式（3-30）。

$$P = \sqrt{\frac{\tau_f E_f}{\delta_0 t_f}} t_f b_f \cdot \Delta \tag{3-29}$$

$$P_u = \beta_l t_f b_f \sqrt{\frac{E_f \tau_f \delta_u}{t_f}} \tag{3-30}$$

其中β_l为考虑粘结长度影响的系数，采用文献[4]建议的公式如下：

$$\beta_l = \begin{cases} \dfrac{L}{L_e}\left(2-\dfrac{L}{L_e}\right), & L \le L_e \\ 1.0, & L > L_e \end{cases} \tag{3-31}$$

$$L_e = 1.33\frac{\sqrt{E_f t_f}}{f_t} \tag{3-32}$$

按照 P-Δ关系不变的原则，将式（3-28）代入式（3-29）和式（3-30）得：

$$\sigma_{fu} = \beta_l\sqrt{\frac{E_f \tau_f \delta_u}{t_f}} \tag{3-33}$$

$$E_{fe} = \frac{\sigma_{fe}}{\varepsilon_{fe}} = \sqrt{\frac{\tau_f E_f}{\delta_0 t_f}} \cdot L_f \tag{3-34}$$

$$\varepsilon_{f0} = \frac{\sigma_{fu}}{E_{fe}} = \beta_l\frac{\sqrt{\delta_0 \delta_u}}{L_f} \tag{3-35}$$

$$\varepsilon_{fu} = \beta_l\sqrt{\frac{\tau_f \delta_u}{E_f t_f}} \tag{3-36}$$

为简便起见，假设等效 FRP 应力应变关系为双线形，初始弹性模量为 E_{fe}，屈服应力为σ_{fe}，极限应变为ε_{fu}。于是可得到式（3-37）列出的等效 FRP 应力-应变关系，并如图 3.26(a)所示。

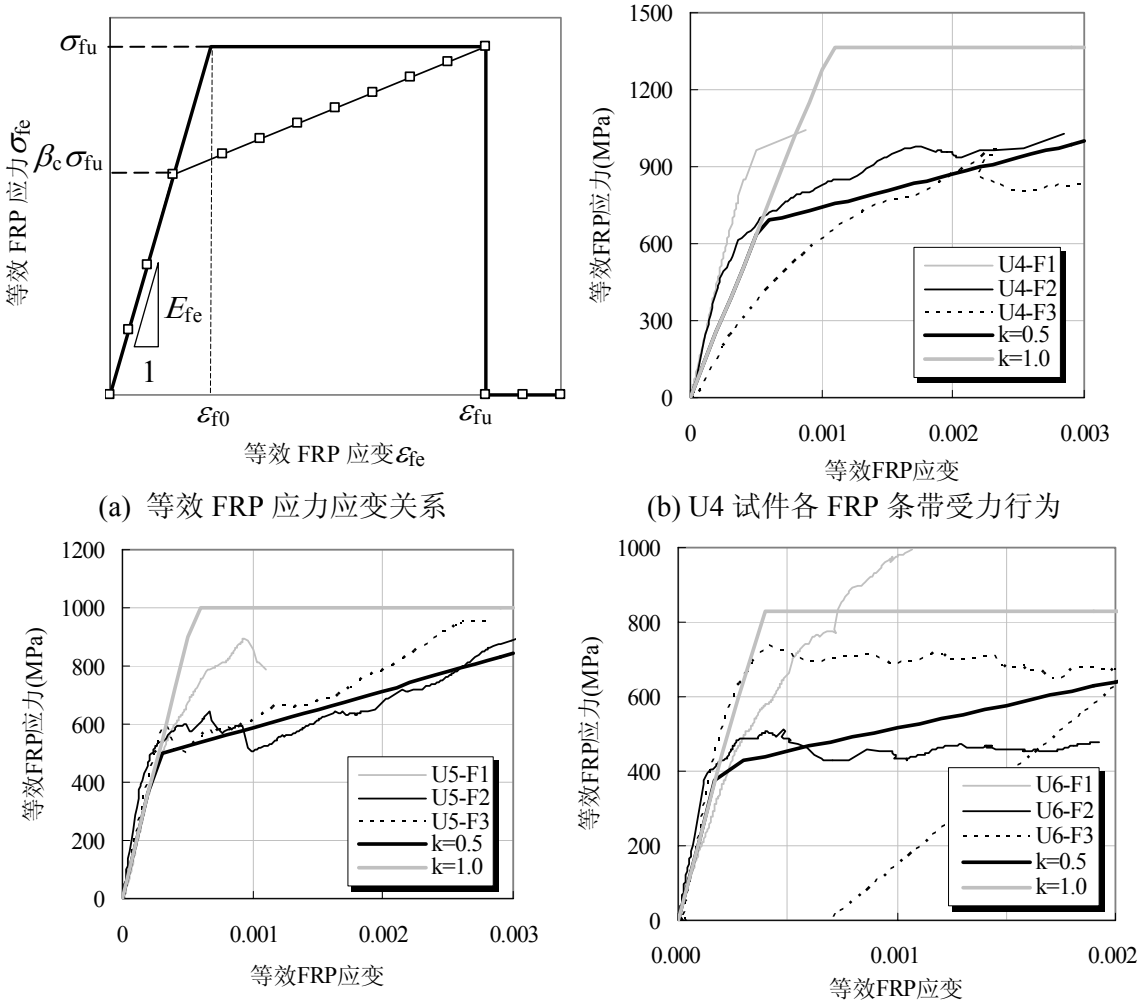
$$\sigma_{fe} = \begin{cases} E_{fe}\varepsilon_{fe}, & \varepsilon_{fe} \le k\varepsilon_{f0} \\ \sigma_{fu} + \dfrac{(1-k)\sigma_{fu}}{\varepsilon_{fu}-k\varepsilon_{f0}}\left(\varepsilon_{fe}-k\varepsilon_{f0}\right), & \varepsilon_{fe} > k\varepsilon_{f0} \end{cases} \tag{3-37}$$

$$k = \sqrt{\min\left(1,\ \frac{f_c-\sigma_c}{f_c-\tau_{fu}}\right)} \tag{3-38}$$

其中 k 是根据 3.3 节的研究结果而采用的粘结应力τ_{fu}的软化系数。

根据本文试验量测得到的 FRP 应变结果，可以积分得到各 FRP 条带在裂缝处的力-滑移关系，进而按照式（3-28）等效为应力-应变关系，其结果见图 3.26(b)-(d)，图例中 U4~U6 为试件编号，F1~F3 为 FRP 条带编号，参见图 2.4。图中同时画出了按照式（3-37）计算出的 k=1.0 和 k=0.5 时的等效 FRP 应力应变关系。可以看出式（3-37）给出的应力应变关系与试验结果在初始刚度方面非常

接近，而等效屈服应力与梁腹混凝土具体的应力状态有关，下面将通过一批试件的有限元分析，间接验证式（3-37）的有效性。



(a) 等效 FRP 应力应变关系　(b) U4 试件各 FRP 条带受力行为

(c) U5 试件各 FRP 条带受力行为　(d) U6 试件各 FRP 条带受力行为

图 3.26　等效 FRP 应力应变关系及其与试验结果的比较

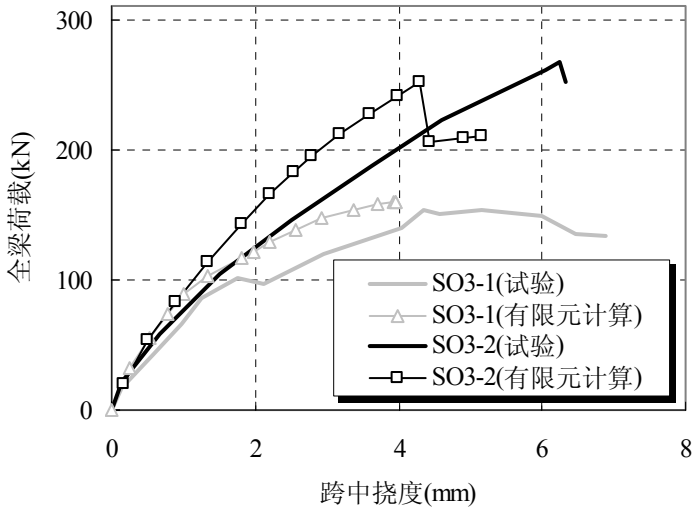
3.4.2　与试验结果的对比

本节采用有限元分析方法，对从文献中收集到的参数比较齐全的 10 个 FRP U 形粘贴加固钢筋混凝土试件的受力行为进行了数值模拟，以验证上述等效 FRP 应力应变关系的有效性，同时进一步考察 3.2 节中介绍的基于修正压力场理论的钢筋混凝土本构模型的分析效果。

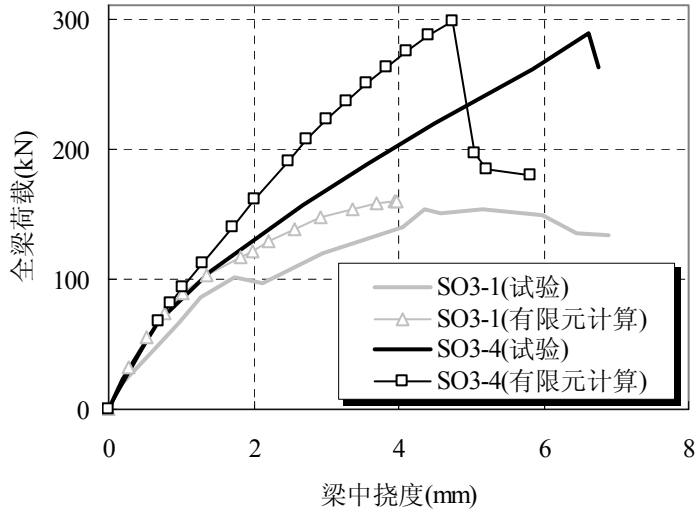
在以下计算中，外贴 FRP 通过上述等效 FRP 应力应变关系，采用整体式建模方式被集成到修正压力场理论模型中。箍筋也采用这种建模方式，纵筋采用分离式建模。

(1) 试件 SO3-2 与 SO3-4（Khalifa et al, 2002）[12]

图 3.27 显示了计算得到的试件 SO3-2 和 SO3-4 的荷载位移曲线及其未加固对比梁 SO3-1 的荷载位移曲线与试验结果的对比。在两组试件的分析结果中刚度均偏大，承载力比较接近。FRP 一方面增大了梁的抗剪承载力，另一方面显著提高了梁在开裂后的刚度。



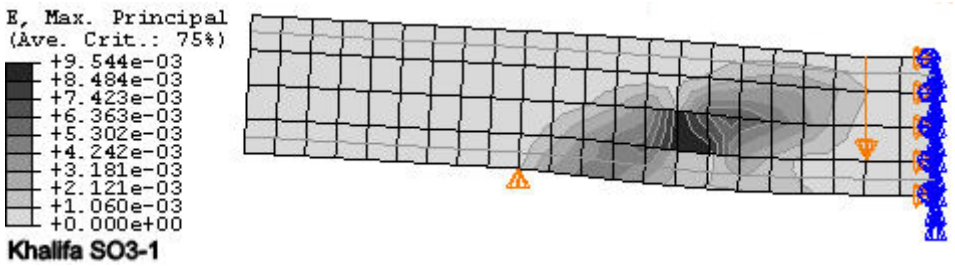
(a) 试件 SO3-2



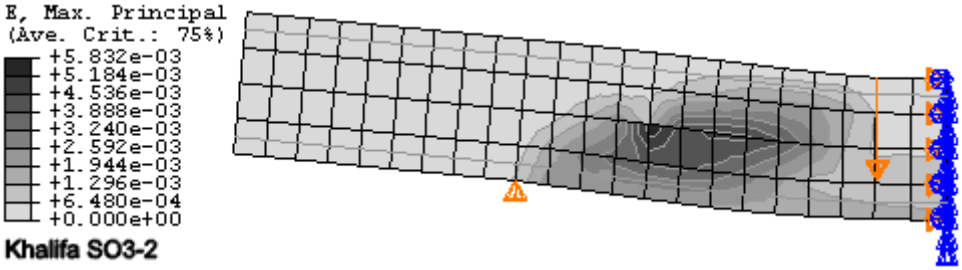
(b) 试件 SO3-4

图 3.27　荷载-位移曲线的比较

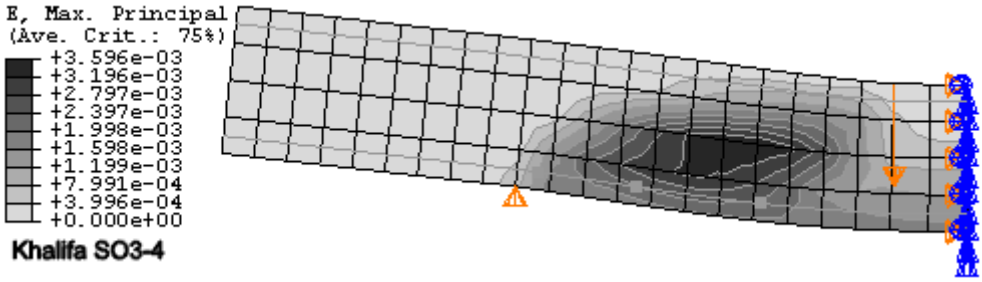
图 3.28 比较了计算得到的最大荷载对应的主拉应变场与试验中的破坏形态。FRP 的加入明显抑制了梁腹的应变发展。试件的破坏形态与试验一致。



(a) 试件 SO3-1 极限状态时的主拉应变分布



(b) 试件 SO3-2 极限状态时的主拉应变分布



(c) 试件 SO3-4 极限状态时的主拉应变分布

SO3-1　　SO3-2　　SO3-4

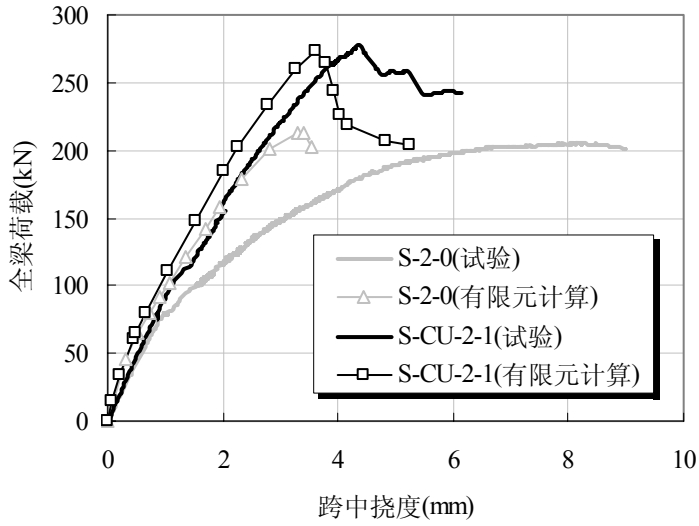
(d) 试验中各试件破坏情况[12]

图 3.28　试件 SO3-1 的分析结果与试验结果的比较

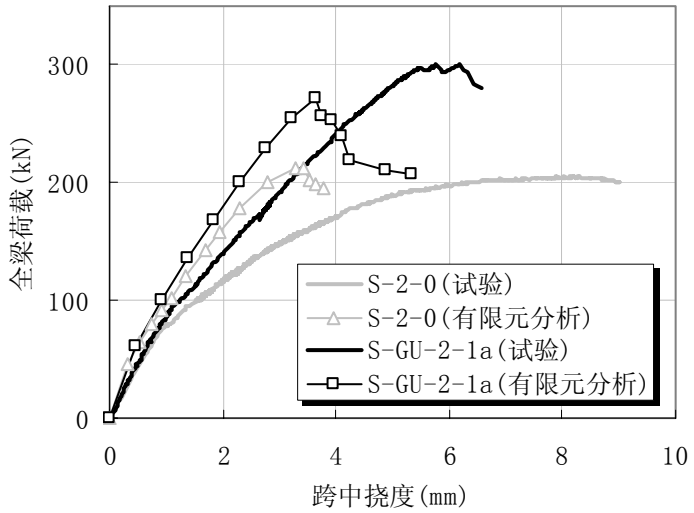
(2) 试件 SCU-2-1 与 SGU-2-1a（谭壮 等，2003）[15]

图 3.29 显示了计算得到的试件 SCU-2-1 与 SGU-2-1a 及其未加固对比梁 S-2-0 的荷载位移曲线与试验结果的对比。虽然承载力比较接近，但是计算得到的对比梁 S-2-0 以及 GFRP 加固梁 S-GU-2-1a 的刚度远大于试验结果，而计算得到的 S-CU-2-1 的刚度则与试验结果差别不大。在试验中，FRP 显著提高了 S-CU-2-1 梁的开裂后刚度，而在计算中这一效果并不显著。

图 3.30 比较了计算与试验中出现的破坏形态以及裂缝的分布区域，计算与试验基本一致。

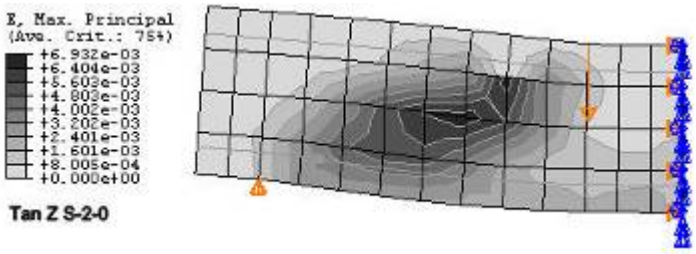


(a) 试件 S-CU-2-1 荷载-位移曲线



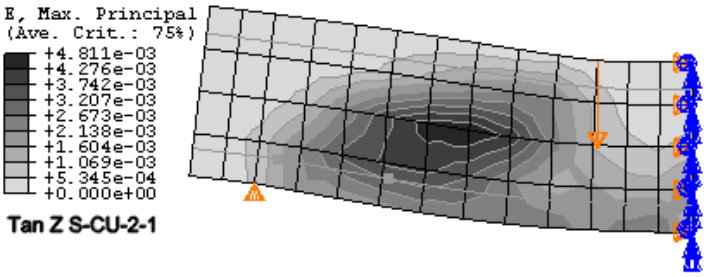
(b) 试件 S-GU-2-1a 荷载-位移曲线

图 3.29　荷载-位移曲线的比较



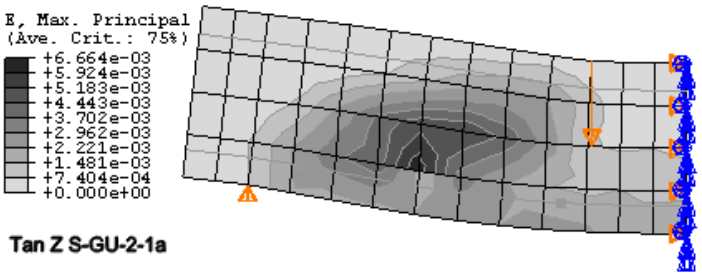
(a) 试件 S-2-0 极限状态时主拉应变分布

(b) 试件 S-2-0 破坏时的裂缝分布[64]



(c) 试件 SCU-2-1 极限状态时主拉应变分布

(d)试件 SCU-2-1 破坏时的裂缝分布[64]



(e) 试件 SGU-2-1a 极限状态时主拉应变分布

(f)试件 SGU-2-1a 破坏时的裂缝分布[64]

图 3.30　破坏形态的比较

(3) 试件 B-8（Adhikary et al, 2004）[18]

图 3.31 显示了计算得到的文献[18]中试件 B-1 与 B-8 的荷载位移曲线与试验结果的比较。计算结果高估了对比梁 B-1 的承载力，而 B-8 承载力的计算却与试验结果非常接近，这样计算得到的 FRP 抗剪贡献小于试验结果。与上文(1)(2)不同，这里计算模型对梁刚度的估计偏差不大。

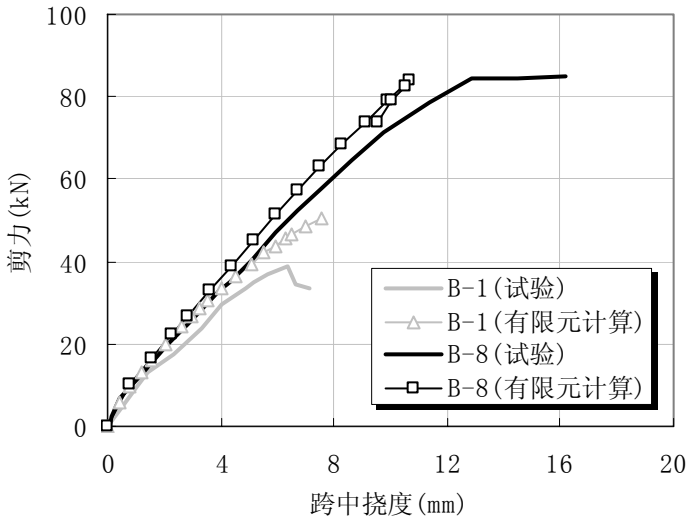
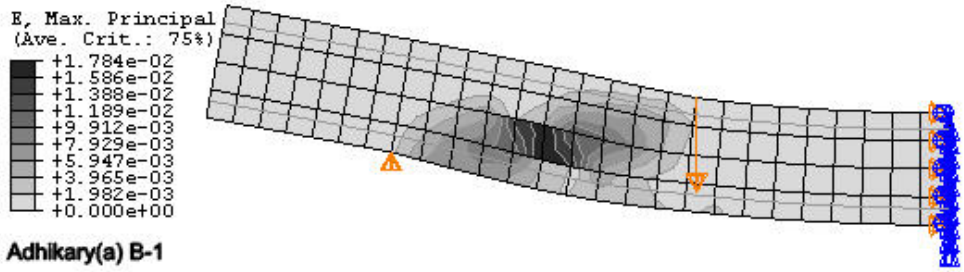
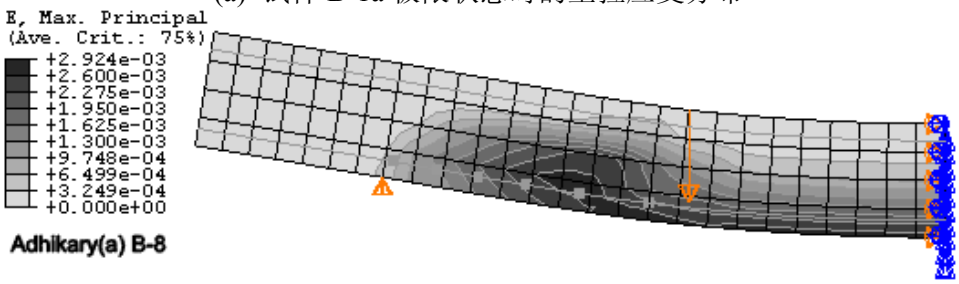


图 3.31　试件 B-8 与 B-1 的荷载-位移曲线

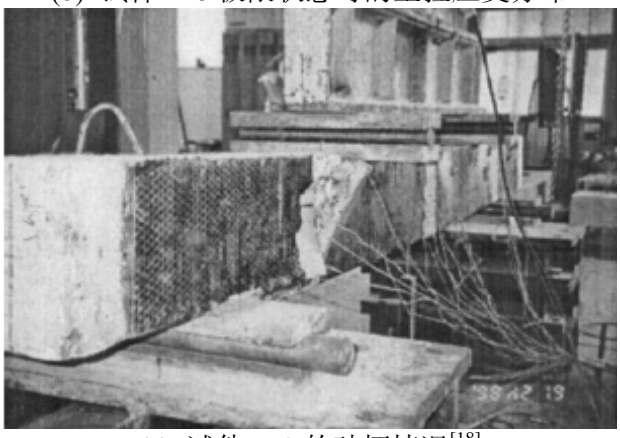
图 3.32 比较了计算与试验中的破坏形态。在计算中，FRP 的加入显著抑制了梁腹应变的发展。



(a) 试件 B-1a 极限状态时的主拉应变分布



(b) 试件 B-8 极限状态时的主拉应变分布

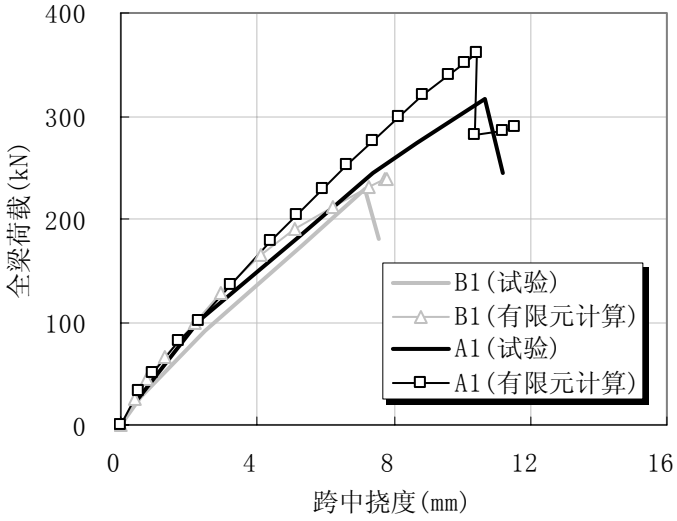


(c) 试件 B-8 的破坏情况[18]

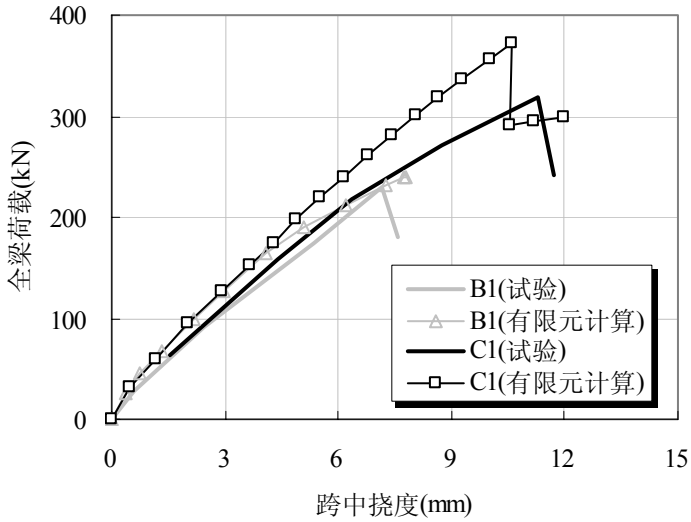
图 3.32　破坏形态的比较

(4) 试件 A-1 与 C-1（Adhikary et al, 2004）[19]

图 3.33 显示了计算得到的文献[19]中试件 A-1、C-1 及其对比试件 B-1 的荷载位移曲线与试验结果的比较。计算得到的各梁承载力均偏高，FRP 抗剪贡献与试验结果接近。计算得到的梁的刚度与试验差别不大。文献中没有给出相关梁的破坏照片。



(a) 试件 A-1 荷载-位移曲线

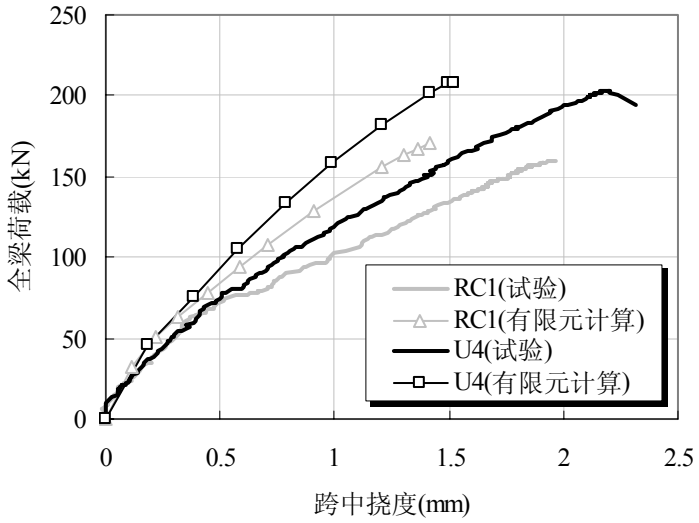


(b) 试件 C-1 荷载-位移曲线

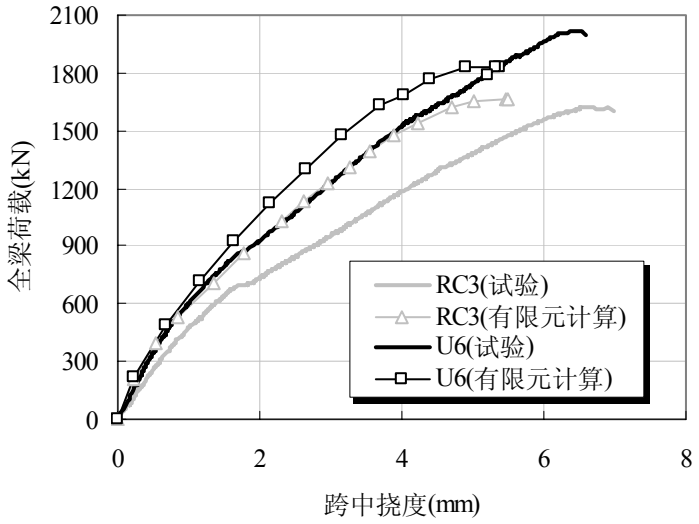
图 3.33　分析结果与试验结果的比较

(5) 试件 U4 和 U6（本文第 2 章）

图 3.34 显示了计算得到的试件 U4、U6 及其各自的对比试件的荷载位移曲线与试验结果的对比。在 U4 的计算中，计算梁的刚度与承载力均普遍偏大，而 FRP 对刚度和抗剪承载力的贡献则与试验比较接近。然而在与 U4 完全成几何比例的 U6 的计算中，FRP 对刚度和抗剪承载力的贡献均被低估。图 3.35 显示了 U4 及其对比梁 RC1 的计算与试验中的破坏形态，基本一致。

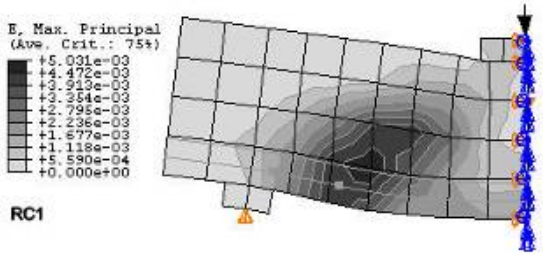


(a) 试件 U4 荷载-位移曲线

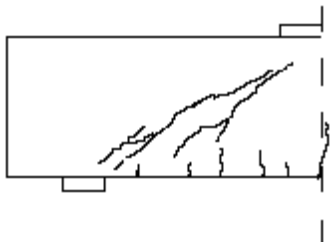


(b) 试件 U6 荷载-位移曲线

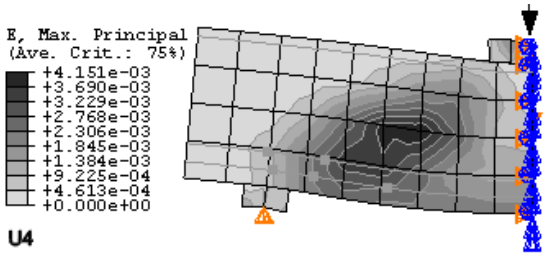
图 3.34　荷载位移曲线的比较



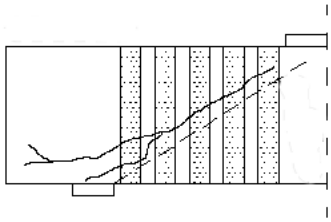
(a) 试件 RC1 极限状态时的主拉应变分布



(b) 试验中试件 RC1 破坏时的裂缝分布



(c) 试件 U4 极限状态时的主拉应变分布



(d) 试验中试件 U4 破坏时裂缝分布

图 3.35　破坏形态的比较

(6) 试件 DB-S0-1L（Bousselham et al, 2006）[21]

与前几个试件不同，这两个试件为 T 形截面，且梁腹 FRP 为纵横双向配制。图 3.36 显示了计算得到的试件 DB-S0-1L 及其对比梁的荷载位移曲线与试验结果的对比。

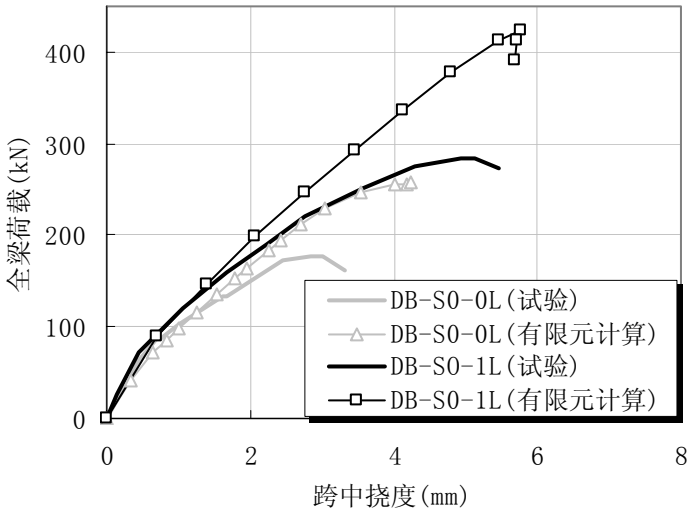
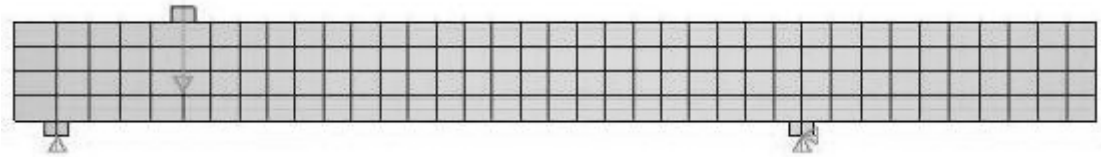


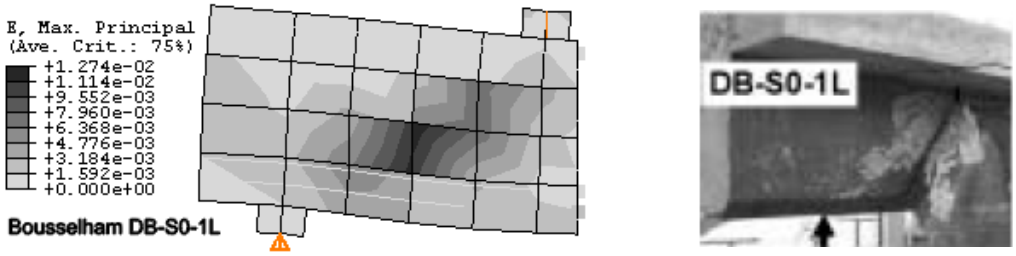
图 3.36　荷载-位移曲线的比较

计算结果显著高估了梁的抗剪承载力，然而对 FRP 抗剪贡献的估计则与试验结果比较接近。计算刚度略偏大。

图 3.37 显示了两个试件的有限元模型以及计算与试验的破坏形态比较。该梁被设计为可以完成抗弯与抗剪两个试验，本文计算图 2.37(a)中的左边短跨。



(a) 试件 DB-S0-0L 和 DB-S0-1L 的有限元模型

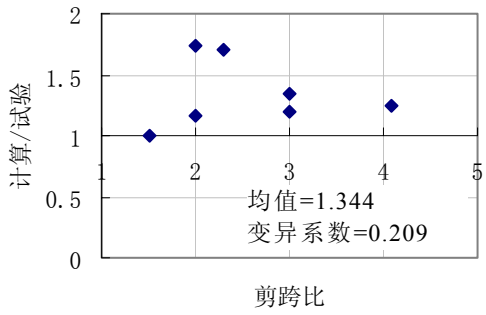


(b) 试件 DB-S1-0L 极限状态时斜裂缝分布的比较

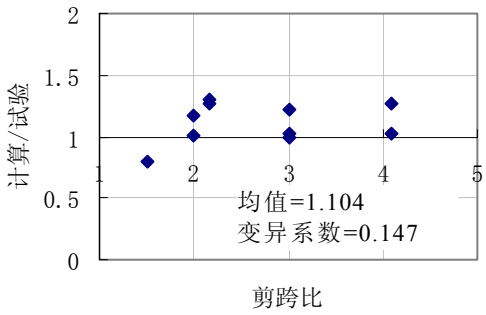
图 3.37　试件 DB-S1-0L 的分析结果与试验结果的比较

从以上分析可以看出，采用等效 FRP 的 MCFT 模型能够基本把握 FRP 抗剪加固混凝土梁在单调荷载作用下的受力特点，模拟的破坏形态与试验结果基本一致。

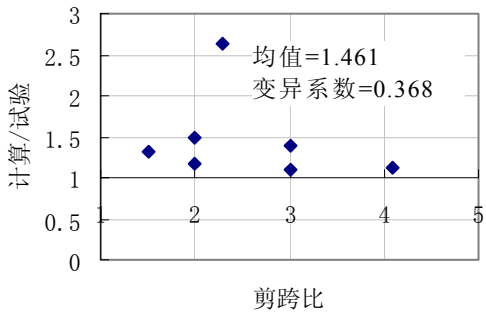
图 3.38 从承载力与刚度两个方面，对以上 10 个加固试验及其各自未加固对比试验的分析结果作了总结。从图中可以看出，计算得到的梁刚度大多高于试验值，对于个别试件计算得到的刚度偏差很大。同时计算得到的承载力也略偏高。另一方面，对加固梁的模拟效果普遍略好于对未加固对比梁的模拟，这间接验证了本节提出的采用等效 FRP 应力应变关系的整体式 FRP 模型的有效性。



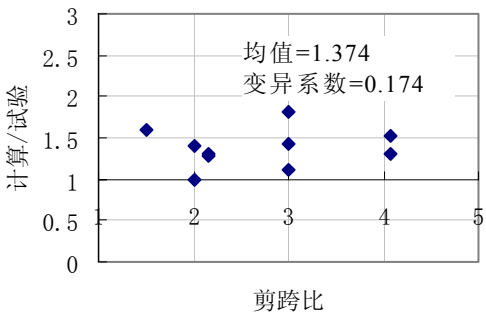
(a) 未加固梁初始刚度比较



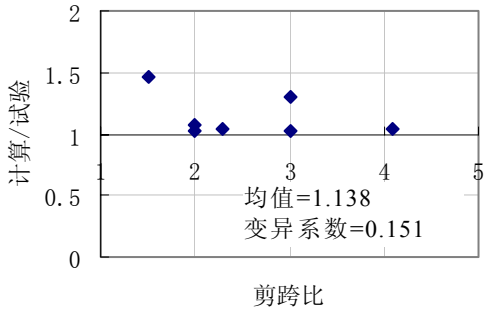
(b) 加固梁初始刚度比较



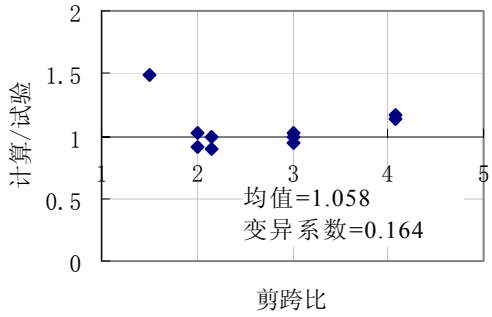
(c) 未加固梁开裂后刚度比较



(d) 加固梁开裂后刚度比较



(e) 未加固梁承载力比较



(f) 加固梁承载力比较

图 3.38　计算结果与试验结果的统计比较

3.5　本章小结

本章的主要工作如下：

（1）通过与试验数据的对比，检验了修正压力场理论和转角软化桁架模型在钢筋混凝土梁抗剪行为模拟中的表现，指出了这类转动裂缝模型存在的不足。

（2）以第 2 章的试验研究为基础，研究了梁腹复杂应力状态对 FRP-混凝土界面粘结滑移关系的影响，并通过修正现有模型，建立了考虑复杂应力状态的 FRP-混凝土界面粘结滑移关系。

（3）建立了用于 FRP 整体式建模的等效 FRP 应力应变关系，并将其用于一组 FRP 抗剪加固钢筋混凝土梁的有限元分析。

第4章 设计模型

4.1 概述

近十年来，各国学者提出了大量实用的设计模型，用以计算 FRP 抗剪加固混凝土梁中 FRP 的抗剪贡献。表 4.1 列出了几种有代表性的设计模型并比较了各模型中考虑的设计参数。总的说来，几乎所有模型都考虑了 FRP 的几何信息（加固厚度、宽度、间距等）与物理信息（弹性模量、强度等）。规范公式考虑的设计参数相对较少，一般不涉及梁的剪跨比和斜裂缝角度，而研究公式则考虑得比较全面。混凝土强度是设计模型中的重要参数，因为它决定了 FRP-混凝土界面的性能。各种模型选用的混凝土强度指标不尽相同，有的使用抗拉强度，有的则使用抗压强度。需要指出的是，曹双寅模型只给出了一个模式，该模型考虑的因素最为全面，但其中部分关键参数的取值仍无公式可循。

表 4.1 FRP 抗剪贡献项设计公式

		FRP 参数							混凝土梁参数				
		名义厚度	单条宽度	间距	弹性模量	极限拉应变	有效高度	纤维方向	混凝土强度	梁宽	梁高	剪跨比	斜裂缝角度
规范公式	美国 ACI 440[67]	●	●	●	●	●	●	●	f_c’				
	欧洲 fib[68]	●	●	●	●	●		●	f_c	●	●		
	英国 TR 55[69]	●	●	●	●	●	●	●	f_t	●			
	加拿大 ISIS[70]	●	●	●	●	●	●	●	f_c	●			
	日本 JSCE[71]	●	●	●	●	●		●	f_c’	●	●		
研究公式	Aprile (2004)[5]	●	●	●	●	●	●		f_t	●	●		●
	Deniaud (2004)[6]	●	●	●	●	●	●	●	f_c’				●
	陆新征 (2004)[4]	●	●	●	●	●	●	●	f_t	●	●		○
	Chen & Teng (2003)[2]	●	●	●	●	●	●	●	f_c’	●	●		○
	谭壮(2003)[15]	●	●	●	●	●			f_t	●	●	●	
	曹双寅 (2002)[72]	●	●	●	●	●	●	●	f_c	●		●	○
	Khalifa (2002)[14]	●	●	●	●	●	●	●	f_c’	●			

●－包含此参数且有明确的计算表达式；○－ 包含此参数但无明确的计算表达式

表 4.1 中列出的各种公式中，除谭壮(2003)模型属简化公式外，其余模型均具有基本统一的表达形式，即 FRP 抗剪贡献

$$V_{\mathrm{f}}=\psi\cdot\frac{A_{\mathrm{f}}E_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{fe}}(\cot\theta+\cot\beta)\sin\beta\cdot h_{\mathrm{fe}}}{s_{\mathrm{f}}} \tag{4-1}$$

其中：ψ 为可选的修正系数；

$A_{\mathrm{f}}=2t_{\mathrm{f}}w_{\mathrm{f}}$ 为间距 s_{f} 内的 FRP 截面积。其中，t_{f}、w_{f} 分别为 FRP 厚度和宽度；

s_{f} 为相临 FRP 布的中心距；

E_{f} 是 FRP 弹性模量；

$\varepsilon_{\mathrm{fe}}$ 是 FRP 有效应变；

θ 和 β 分别是斜裂缝和纤维方向对于纵筋的倾角；在不考虑斜裂缝倾角时取 θ=45°；

h_{fe} 是 FRP 的有效高度。

该公式具有明确的物理意义，如图 4.1 所示。图中 AB 表示穿过梁腹的斜裂缝，阴影线指示 FRP 纤维的方向，只通过力的平衡关系就能够得出式（4-1）的形式。

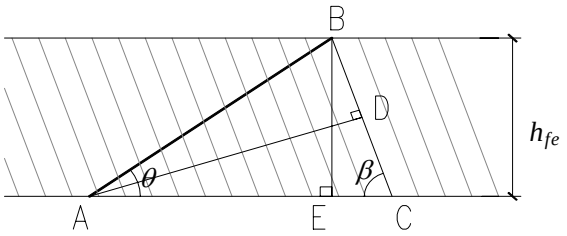


图 4.1 设计公式的物理意义

在以上各参数中，比较关键同时也难以确定的两个参数是 FRP 的有效应变和斜裂缝的角度，下文将分别比较各模型中这两个参数的确定，并在此基础上给出本文的建议。

4.2 FRP剥离应变

4.2.1 现有计算公式

FRP 有效应变是 FRP 沿斜裂缝各处剥离应变的平均值。它的取值可以分为两个问题，一是 FRP 的剥离应变，它主要取决于 FRP-混凝土界面的粘结行为，与 FRP 有效锚固长度有关；二是 FRP 应变沿斜裂缝的分布，它主要受剪跨比和斜裂缝角度影响（曹双寅，2002[72]）。FRP 有效应变可以表示为

$$\varepsilon_{\mathrm{fe}}=\frac{\sum_i A_{\mathrm{fi}}\varepsilon_{\mathrm{fdi}}}{A_{\mathrm{f}}}=D_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{fdmax}} \tag{4-2a}$$

$$D_{\mathrm{f}}=\frac{\sum_i A_{\mathrm{fi}}\varepsilon_{\mathrm{fdi}}}{A_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{fdmax}}} \tag{4-2b}$$

其中 A_{f} 为 FRP 的截面积，$\varepsilon_{\mathrm{fd}}$ 为 FRP 剥离应变，D_{f} 为 FRP 应变分布系数。

现有设计模型中比较有代表性的计算有效应变的方法有以下几种。

美国 ACI-440 规范[67]直接给出了 FRP 有效应变 $\varepsilon_{\mathrm{fe}}$ 如式（4-3）。

$$\varepsilon_{\mathrm{fe}}=\min\left(0.75\varepsilon_{\mathrm{fu}},\quad \frac{\left(f'_{\mathrm{c}}/27\right)^{\frac{2}{3}}k_2}{119}\cdot\frac{233}{\left(t_{\mathrm{f}}E_{\mathrm{f}}\right)^{0.58}},\quad 0.004\right) \tag{4-3}$$

其中 k_2 是考虑 FRP 有效粘贴长度的折减系数。

可见该公式仅考虑了 FRP 的弹性模量，极限应变，粘贴厚度以及混凝土强度等四个参数。

英国混凝土协会 TR 55 规范[69]计算 FRP 有效应变的方法与 ACI-440 规范类似，但更加简洁，并且没有出现 FRP 的粘贴长度，如式（4-4）。

$$\varepsilon_{\mathrm{fe}}=\min\left(\frac{\varepsilon_{\mathrm{fu}}}{2},\quad 0.64\sqrt{\frac{f_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}}},\quad 0.004\right) \tag{4-4}$$

文献[73]给出了我国正在编制的《FRP 工程应用技术规范》中建议的 FRP 有效应变的计算公式，如式（4-5）。

$$\varepsilon_{\mathrm{fe}}=K_{\mathrm{v}}\beta_{\mathrm{w}}\sqrt{\frac{0.616\sqrt{f_{\mathrm{t}}}}{E_{\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}}} \tag{4-5}$$

其中 K_{v} 是考虑有效粘结长度的折减系数，β_{w} 是 FRP 条带宽度折减系数。

这一公式的理论背景来自文献[4]的研究。

以上三个公式均直接给出了 FRP 有效应变，而 Chen & Teng 公式[2]则区别了 FRP 剥离应变和分布系数 D_{f}。该公式给出的 FRP 剥离应变如式（4-6）。

$$\varepsilon_{\mathrm{fd}}=0.427\beta_{\mathrm{l}}\beta_{\mathrm{w}}\sqrt{\frac{\sqrt{f_{\mathrm{c}}'}}{E_{\mathrm{f}}t_{\mathrm{f}}}}\le\varepsilon_{\mathrm{fu}} \tag{4-6}$$

其中 β_{l} 是考虑有效粘结长度的折减系数，β_{w} 是 FRP 条带宽度折减系数。

式（4-5）与式（4-6）在形式上类似，考虑的参数完全相同，比较大的区别是式（4-5）使用混凝土抗拉强度，而式（4-6）使用混凝土轴心抗压强度。

以上各计算公式考虑的参数均基本相同，并且从式（4-5）与式（4-6）可以明显看出，他们建议的抗剪加固梁中 FRP 有效应变直接以 FRP-混凝土节点剪切试验的研究成果为基础。式（4-6）更直接是由文献[74]建议的 FRP-混凝土界面剥离承载力模型推导得到的。根据本文第 3.3 节的讨论，考虑到梁腹复杂应力的影响，由 FRP-混凝土节点剪切试验得到的结果不适于直接用于 FRP 抗剪加固混凝土梁。

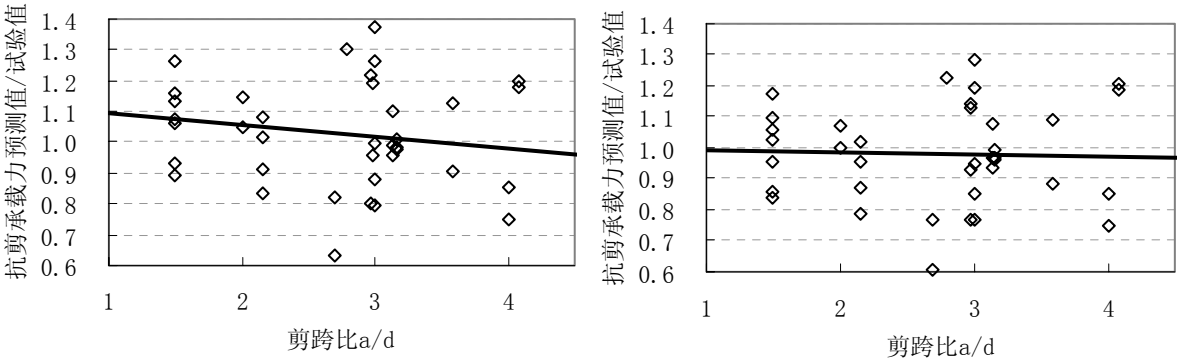
4.2.2 考虑复杂应力状态的修正

从图 3.12 可见，首先，FRP 最大剥离应变的计算值普遍偏高，这是因为该公式是基于 FRP-混凝土节点的剪切试验的结果，没有考虑混凝土多轴应力对 FRP-混凝土界面性能的影响，这在上文中已经讨论；其次，剪跨比越小，该公式对 FRP 最大剥离应变的高估越严重，这是因为剪跨比较小时，梁腹混凝土斜压应力水平较高，对 FRP-混凝土界面性能的影响也较大。基于这一点，本节拟合 FRP 剥离应变的修正系数。

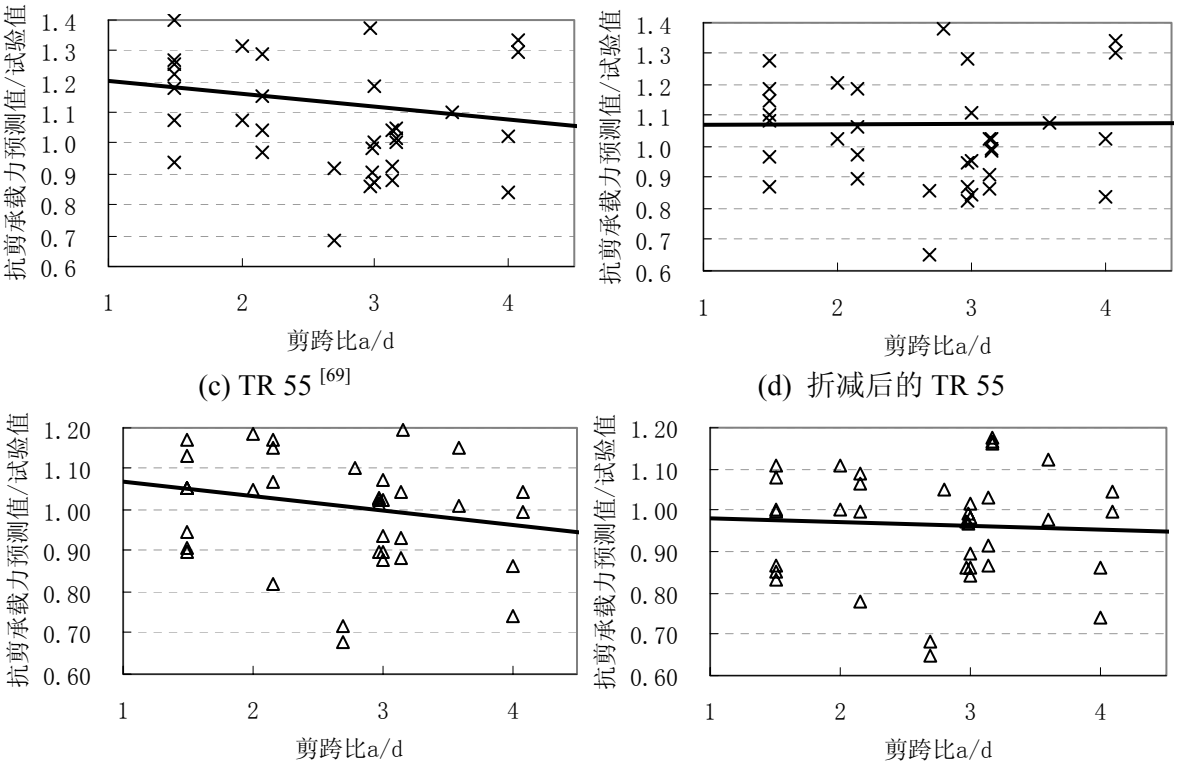
图 3.12 同时给出了对数据点进行线性拟合后得到的趋势线。由图可见，当剪跨比 $a/h_0 \geq 4.0$ 时，可不再考虑混凝土多轴应力对 FRP 剥离应变的折减作用。基于图 3.12 的线性拟合结果，本节提出以下 FRP 剥离应变折减公式。

$$\varepsilon_{\mathrm{fd}}' = \frac{8}{12 - a/h_0} \cdot \varepsilon_{\mathrm{fd}} \qquad (4\text{-}7)$$

其中，a/h_0 为梁的剪跨比，当 $a/h_0>4$ 时，取 $a/h_0=4$；$\varepsilon_{\mathrm{fd}}$ 为 FRP 剥离应变，$\varepsilon_{\mathrm{fd}}'$ 为折减后的 FRP 剥离应变。



(a) ACI 440 [67]　　(b) 折减后的 ACI 440



(c) TR 55 [69]　　(d) 折减后的 TR 55

(e) 文献[73]　　(f) 折减后的文献[73]公式

图 4.2　折减前后设计公式对 FRP 抗剪加固梁承载力的预测

FRP 抗剪贡献的设计公式通常使用 FRP 有效应变，而 FRP 剥离应变与 FRP 有效应变成正比，因此 FRP 抗剪贡献的设计公式中的 FRP 有效应变可直接用式（4-7）中的折减系数予以折减，即可考虑斜裂缝以上部分斜向压应力对受剪剥离承载力降低的影响。

本文分别采用了美国规范 ACI 400[67]，英国规范 TR 55[69]，文献[73]公式计算了从文献中搜集到的 37 个 U 形 FRP 加固混凝土梁的抗剪承载力。加固梁的总抗剪承载力等于由上述设计公式计算得到的 FRP 抗剪贡献与试验中未加固对比梁的承载力之和。与此同时，用式（4-7）折减各设计公式中的 FRP 有效应变（或有效应力），将得到的计算结果与未折减前的结果相比较，如图 4.2 所示。由图可见，不考虑混凝土多轴应力对 FRP-混凝土界面性能的削弱影响时，各设计公式给出的剥离破坏时的总抗剪承载力与试验值相比，其偏差与剪跨比存在比较明显的相关性，即随着剪跨比的减小，且前者普遍偏高估计了抗剪承载力（图 4.2a, c, e）。按本文建议考虑混凝土多轴应力影响折减后，FRP 加固梁剥离破坏时的抗剪承载力计算值和试验值之间的偏差对剪跨比的依赖性明显减小，表明本文建议考虑混凝土多轴应力影响的折减方法的合理性。

4.3 斜裂缝角度

4.3.1 现有计算方法

无论对于普通钢筋混凝土梁还是 FRP 加固混凝土梁的抗剪承载力，斜裂缝角度都是关键的影响因素。早期的钢筋混凝土构件剪切设计采用了 45º 桁架比拟的方法。随后的研究发现，假设斜裂缝角度为 45º 过于保守。国内外一些学者相继提出了一些更加合理的确定斜裂缝角度的方法。

Collins (1978)[31]在阐述了压力场理论的同时，推导了剪切作用下钢筋混凝土梁的斜裂缝角度（式（4-8））。其中 n 为钢筋与混凝土的弹性模量之比。该式仅考虑了纵、横双向配筋对斜裂缝角度的影响。

$$\theta = \arctan\left[\left(1+\frac{1}{n\rho_{\mathrm{s}}}\right)\Big/\left(1+\frac{1}{n\rho_{\mathrm{v}}}\right)\right]^{\frac{1}{4}} \tag{4-8}$$

唐兴荣（1993）[45]建议了钢纤维高强混凝土剪力墙的斜裂缝角度的经验公式，如式（4-9）。该式仅以墙体的高宽比（类似于梁的剪跨比λ）为参数。

$$\theta = \arctan\left(\sqrt[3]{1/\lambda}\right) \tag{4-9}$$

Collins (1996)[34]以修正压力场理论为基础提出了统一的剪切设计方法，其中给出了查表计算钢筋混凝土构件斜裂缝角度的方法。这一方法已被 AASHTO 等规范采用。该方法有比较严密的理论背景，但在具体使用时需要迭代与查表，比较繁琐，不便于工程应用。

狄谨（2004）[75]采用极值方法，求得了使集中荷载作用下的无腹筋梁的抗剪承载力取极值的斜裂缝角度的表达式，如式（4-10）。

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\frac{1+2\dfrac{\rho_{\mathrm{s}}\sigma_{\mathrm{s}}}{1.1f_{\mathrm{c}}}}{\lambda} \tag{4-10}$$

其中σ_{s}为受拉纵筋的应力。

该文认为对于集中荷载作用下的梁，斜裂缝末端与荷载作用点及最大弯矩截面处在同一竖向平面内，因此可求得当纵向受拉钢筋屈服时梁的抗剪承载力，即取σ_{s} 为纵筋的屈服强度。对于均布荷载作用下的梁，则简单地令σ_{s} 等于 0.75 倍的纵筋屈服强度。

在 FRP 抗剪加固混凝土梁的承载力计算方面，国内外学者也对梁腹斜裂缝的角度有所讨论。尚守平（2003）[47]认为剪切裂缝是原结构抗剪承载力不足所引起的，故在 FRP 的抗剪贡献中，斜裂缝角度应为未加固原结构的斜裂缝角度。

同时他根据极值定理，求得使梁的抗剪承载力取极值的斜裂缝角度的表达式如式（4-11）。

$$\theta = \arctan \frac{\left(3+\xi-4\lambda\right)\dfrac{\lambda\left(1-\xi\right)}{\lambda^2+\left(1-\xi\right)^2}}{2.7} \tag{4-11}$$

其中ξ为相对受压区高度，文中未给出具体的计算方法。

Deniaud (2004)[6]简单地采用箍筋高度与箍筋间距的比值来定义斜裂缝的角度，这种做法比较粗糙且往往与实际情况不符。Aprile et al (2004)[5]采用与压力场理论相似的方法，给出了 FRP 加固梁的斜裂缝角度的计算公式，如式（4-12）。

$$\theta = \arctan\left[\left(1+\frac{1}{n_s\rho_s+n_f\rho_{fl}}\right)\Big/\left(1+\frac{1}{n_s\rho_v+n_f\rho_{fv}}\right)\right]^{\frac{1}{4}} \tag{4-12}$$

其中 n_s 为钢筋与混凝土的弹性模量之比，n_f 为 FRP 与混凝土的弹性模量之比。该公式实际是文献[31]给出的斜裂缝角度计算公式的简单推广，它认为 FRP 加固梁斜裂缝的角度仅与纵横配筋/配纤率与关，并且在推导过程中认为纵横向的钢筋与 FRP 都是均匀分布在整个梁腹的。这显然与实际情况不符，因为纵筋往往集中在梁的底部。

结合试验观测以及上面各种公式的表达形式可以看出，梁腹斜裂缝角度主要受到梁的剪跨比和纵、横向配筋/配纤率的影响。而在现有公式中，没有一个公式能够通过合理的模型将剪跨比与配筋率对斜裂缝角度的影响联系起来。

本节将采用基于修正压力场理论的截面条带模型，分析剪跨比与配筋率对剪跨区中部斜裂缝角度的影响，进而给出简单易用的计算公式。

4.3.2 基于修正压力场理论的截面条带模型

截面纤维模型将构件截面划分成若干“纤维”，在构件截面不同的受力阶段，根据平截面假定得到截面上各纤维的正应变，再通过纤维的单轴应力-应变关系求出各纤维的正应力，并积分得到截面上的轴力与弯矩。这种模型简单有效，可以定义复杂的截面形式，截面上可以有不同的材料，适合模拟钢筋混凝土受弯构件。截面条带模型是纤维模型在单向弯曲作用下的一种简化。

文献[76]将修正压力场理论引入截面条带模型，用以分析剪切作用下的钢筋混凝土梁。其做法是，首先将截面沿受弯方向划分为若干混凝土条带和钢筋条带，然后根据平截面假定得到各条带的正应变，根据预设的分布模式得到各条带的剪应力（或剪应变），再通过修正压力场理论求出条带的正应力，并积分得到截面

弯矩、轴力和剪力。

如本文 3.2 节所述，修正压力场理论的 10 个方程中包含 13 个未知量，需要 3 个定解条件。在上述基于修正压力场理论的截面条带模型中，对于某个条带已经给出了其正应变与剪应力（或剪应变），还需要一个定解条件。文献[76]将条带的横向正应力 $\sigma_y=0$ 作为第三个定解条件。文献[35]通过非线性有限元程序 TRIX 的分析结果，说明了这一定解条件在远离支座处是合理的。

基于以上模型，本文采用图 4.3 所示的流程计算剪切作用下钢筋混凝土截面的受力行为，其中假设正应变分布符合平截面假定，剪应变分布为抛物线形，截面中央剪应变最大，两边剪应变为零；同时假设各条带 y 方向（横向）正应力均为零。

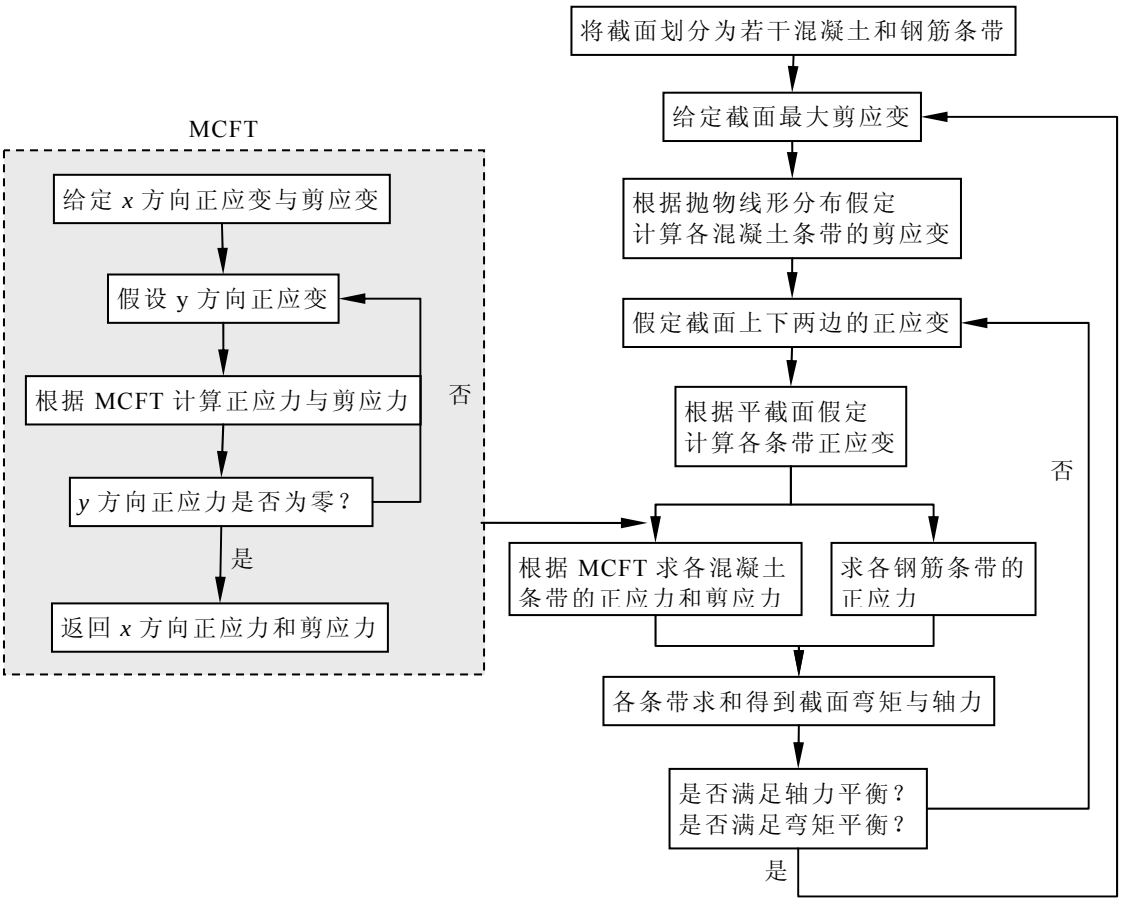
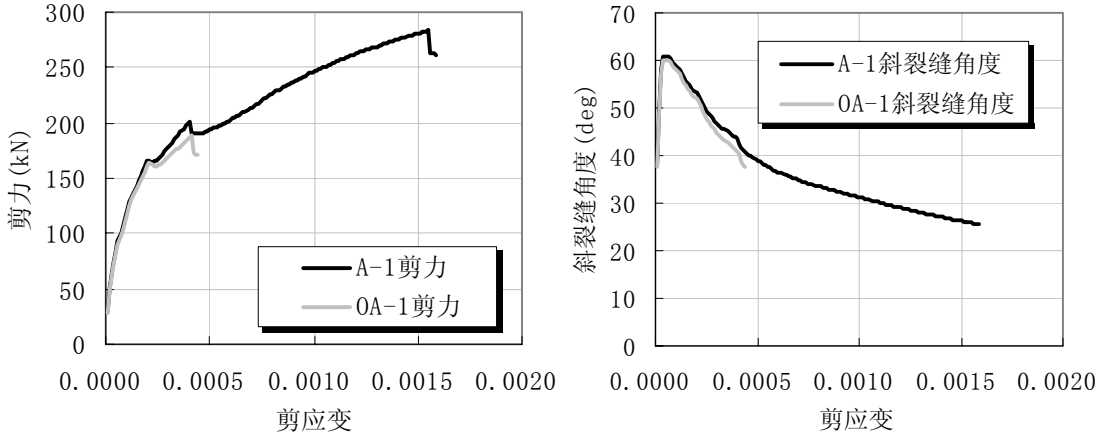


图 4.3 基于 MCFT 的截面条带模型的实现流程

本文采用该模型分析了上文提到的 Bresler et al (1963)[59]试验中一根无腹筋梁和一根有腹梁，梁的具体参数见表 2.3。图 4.4 给出了分析得到的梁腹中间截面剪力-剪应变关系的全曲线及其中央条带的斜裂缝角度与剪应变的关系曲线。从分析结果可见，该条带模型预测的梁腹中间截面的抗剪承载力高于试验值，然而考虑到抗剪试验结果的离散性，这样的模拟结果在正常范围之内。同时，该模

型能够把握钢筋混凝土梁抗剪行为的一些特征，如斜向开裂时刚度的骤降，随着剪力的增大斜裂缝角度有所减小，箍筋的加入增大了梁腹斜裂缝的角度等。



(a) 剪力-剪应变全曲线　　(b) 斜裂缝角度-剪应变曲线

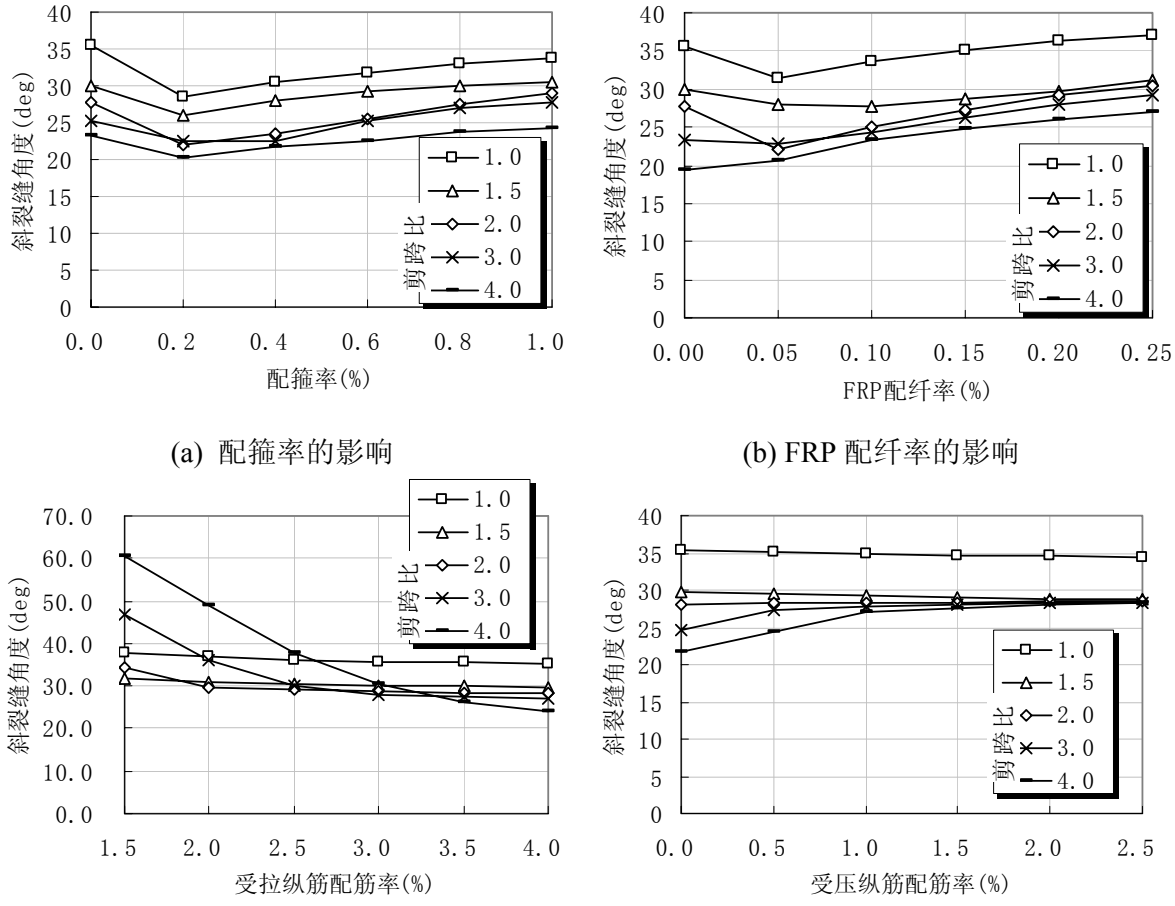
图 4.4　Bresler et al (1963)[59]试验梁的分析结果

4.3.3　建议的斜裂缝角度计算公式

采用上一小节的条带模型进行参数分析，得到钢筋混凝梁腹中间截面达到其抗剪承载力时，中央条带处的斜裂缝角度与梁的剪跨比以及梁腹纵横向配率筋的相关关系，如图 4.5 所示。用作参数分析的模型梁梁高 500mm，有效高度 470mm，梁宽 200mm。混凝土轴心抗压强度 30MPa，纵筋屈服强度 400MPa，箍筋屈服强度 235MPa，FRP 弹性模量 235GPa，FRP 名义厚度 0.1mm。梁的剪跨比取 1.0，1.5，2.0，3.0，4.0 五种，配箍率从 0.0%变化到 1.0%，FRP 配纤率从 0.0%变化到 0.25%，受拉纵筋配筋率从 1.5%变化到 4.0%，受压纵筋配筋率从 0.0%变化到 2.5%。

从图4.5可以看出，FRP配纤率与箍筋配箍率对梁腹斜裂缝的影响趋势相同，但是 FRP 配纤率的影响更加显著。同时注意到，梁腹斜裂缝并非随着配箍率的增大而单调增大，而是先减小，再增大。这是因为随着配筋率的增大，一方面斜裂缝角度会有所增大，另一方面梁腹所能承受的剪应变也增大。从 4.4(b)可以看出，斜裂缝角度随着剪应变的增大而减小。这两方面因素共同决定了斜裂缝角度随配箍率的变化规律。

图 4.5(c)显示，当梁的剪跨比较小时，受拉纵筋对斜裂缝角度基本没有影响；随着剪跨比的增大，受拉纵筋越少，斜裂缝角度越大。图 4.5(d)说明，可以偏于安全的忽略受压纵筋对斜裂缝角度的影响。



(a) 配箍率的影响

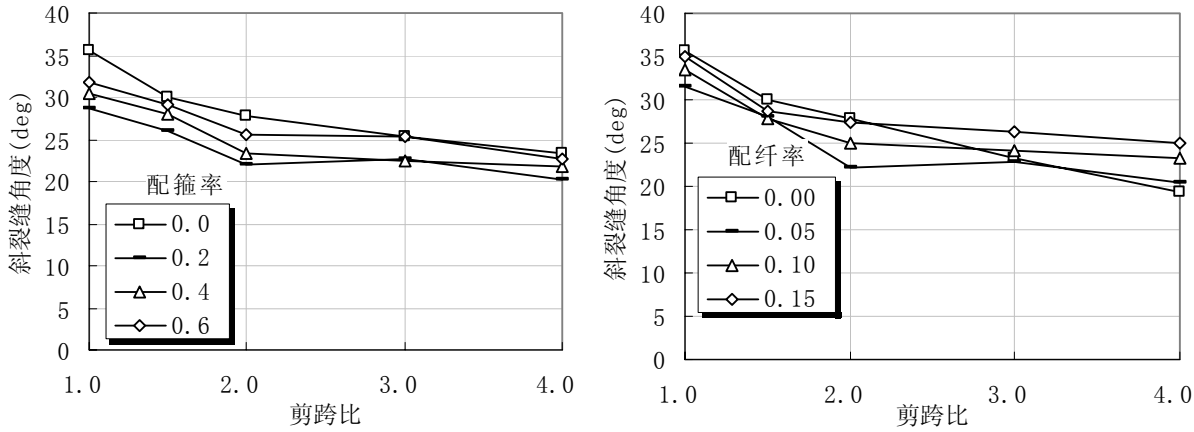
(b) FRP 配纤率的影响

(c) 受拉纵筋配筋率的影响

(d) 受压纵筋配筋率的影响

图 4.5 斜裂缝角度的影响因素

图 4.5 还显示，随着剪跨比的增大，斜裂缝角度减小，并且当剪跨比较小时，影响比较显著；剪跨比较大时，影响较小。这在图 4.6 中反映得更加明显。图中画出了不同配箍率和 FRP 配纤率下斜裂缝角度随剪跨比的变化规律。



(a) 不同配箍率

(b) 不同 FRP 配纤率

图 4.6 剪跨比对斜裂缝角度的影响

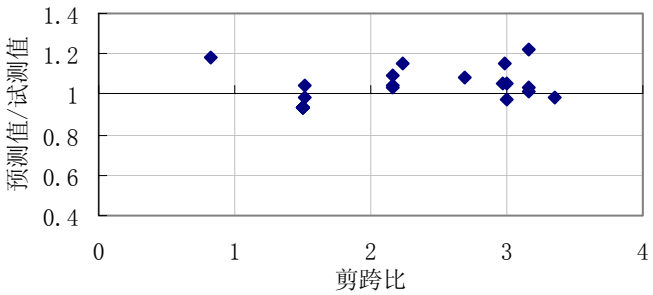
根据以上参数分析揭示的规律，本文提出式（4-13）所示的计算斜裂缝角度的公式。公式中同时考虑了剪跨比和纵横向配筋率以及 FRP 配纤率的影响。其特点是，对于剪跨比小于 2.0 的梁，斜裂缝与加载点至支座的连线平行，并且忽略配筋的影响；对于剪跨比大于 2.0 的梁，斜裂缝角度随剪跨比的变化趋缓，而随配箍率与 FRP 配纤率的增大而增大，随受拉纵筋配筋率的增大而减小。

$$\theta = k_a k_s \arctan\left(\frac{1}{\lambda}\right) \tag{4-13a}$$

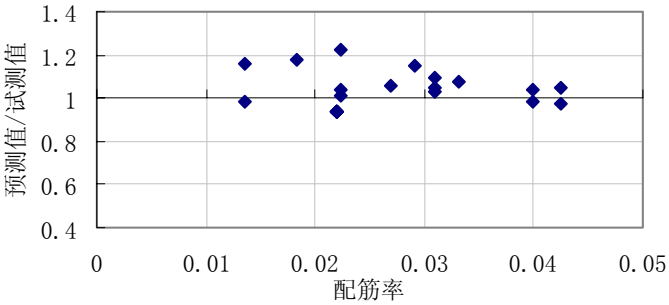
$$k_a = \frac{1}{3}(\lambda + 1) \geq 1.0 \tag{4-13b}$$

$$k_s = 1.0 + \frac{f_{yv}\rho_v + f_{fe}\rho_f}{90\rho_s}，且当\lambda \leq 2.0 时，k_s = 1.0 \tag{4-13c}$$

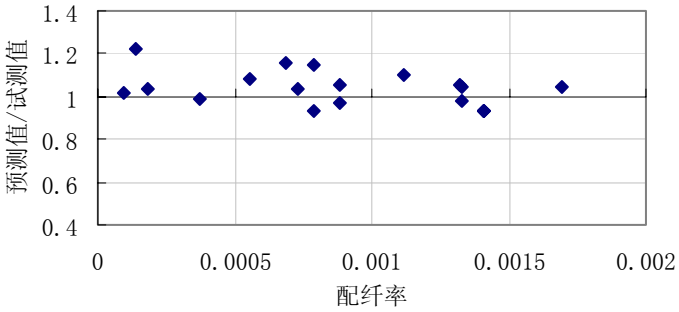
将式（4-13）建议的斜裂缝角度公式用于本文表 2.2 中 20 个有梁腹斜裂缝角度记录的试验，并将计算得到的斜裂缝角度与实测值相比。比较的结果如图 4.7 所示。一方面，二者之间的误差随梁的剪跨比、纵筋配筋率和 FRP 配纤率的变化没有显著的趋势性变化；另一方面，预测值普遍略高于实测值，偏于保守，预测值与实测值之比的平均值为 1.03。



(a) 随剪跨比的变化



(b) 随纵筋配筋率的变化



(c) 随 FRP 配纤率的变化

图 4.7 斜裂缝角度预测值与实验值的误差

4.4 本章小结

本章将第三章的研究结果应用于工程设计，提出了考虑复杂应力状态影响的 FRP 剥离应变的修正公式和梁腹斜裂缝角度的计算公式。在设计中，建议仍然按照式（4-1）计算 FRP 的抗剪贡献，其中 FRP 的有效应变应采用式（4-7）进行折减，斜裂缝角度可按式（4-12）计算。钢筋混凝土部分的抗剪承载力可按照本国的规范进行，其中的斜裂缝角度也应按式（4-12）计算，并考虑 FRP 对斜裂缝角度的影响。最终 FRP 加固梁的抗剪承载力是钢筋混凝土部分的抗剪承载力与 FRP 的抗剪贡献之和。

通过考虑 FRP 对斜裂缝角度的影响，可以反映 FRP 加固对原钢筋混凝土梁抗剪承载力的一方面的影响。从上一节的分析可以看出，在正常的配纤率范围内，粘贴 FRP 会增大梁腹斜裂缝的角度，从而减小梁腹箍筋的抗剪作用，对原钢筋混凝土梁的抗剪承载力有削弱作用。然而另一方面，粘结 FRP 可以控制梁腹斜裂缝的张开，增强裂面剪切，防止纵筋滑移破坏等，对原钢筋混凝土梁的抗剪承载力有增强作用。这方面的影响还有待在以后的研究中考虑。

第5章 结论

本文搜集整理了国内外文献中 FRP 抗剪加固混凝土梁的试验资料，完成了 4 根 CFRP 抗剪加固混凝土梁和 3 根钢筋混凝土对比梁的试验研究，给出了详细的试验量测记录，包括构件的荷载-位移全过程曲线，混凝土和 FRP 的应变等试验结果。在此基础上，本文就 FRP 抗剪加固混凝土梁的分析模型与设计模型进行研究。

在分析模型方面，本文首先针对钢筋混凝土梁抗剪行为的模拟，探讨了修正压力场理论与转角软化桁架模型的异同，并在商业有限元程序 ABAQUS 中嵌入了基于这两种模型的混凝土转动裂缝模型。通过分析一组经典的钢筋混凝土梁的剪切试验，比较了这两种模型的分析效果。研究表明，转角软化桁架模型概念清晰，分析结果相对较好。

其次，本文分别对外贴 FRP 的分离式建模与整体式建模中的关键问题进行研究。在分离式建模方面，基于试验观测与理论分析，指出了梁腹混凝土的复杂应力状态对 FRP-混凝土界面粘结滑移关系的影响，初步提出了适用于 U 形 FRP 加固混凝土梁的修正方法。然而要进一步深入研究复杂应力状态的影响，还需要开展更加有针对性的基础试验研究。在整体式建模方面，提出了简单实用的等效 FRP 应力应变关系。它可以直接嵌入基于修正压力场理论或转角软化桁架模型的钢筋混凝土本构模型中，用于模拟外贴 FRP 的影响。采用这种整体式模型，在 ABAQUS 中对文献中的以及本文完成的共 10 根 U 形 FRP 抗剪加固混凝土梁及其未加固对比梁进行有限元分析。计算得到的承载力与试验值偏差不大，计算得到的刚度普遍偏高。加入 FRP 后分析结果与试验结果的偏差有所减小，离散性也有所减小。可见钢筋混凝土梁本身抗剪行为的模拟，仍然是这一领域的难点所在。与分离式模型相比，整体式模型更适于在结构层次上的建模中应用。

最后，本文将上述研究的结果应用于设计模型的建立，分别提出了考虑梁腹复杂应力对 FRP 剥离应变的折减系数和考虑剪跨比、FRP 配纤率、配箍率以及纵筋配筋率综合影响的梁腹斜裂缝角度的计算公式。通过与试验结果的对比，说明了这些公式对现有公式的改进，并且能够得到偏于安全的结果。

参考文献

[1] Teng J G, Chen J F, Smith S T et al. FRP-strengthened RC Structures. John Wiley & Sons, Ltd., 2002

[2] Chen J F, Teng J G. Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding. Construction and Building Materials, 2003, 17: 27-41

[3] Triantafillou T C, Costas A. Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP. Jornal of Composites for Construction 4(4) 2000: 198-205.

[4] 陆新征. FRP-混凝土界面行为研究. 博士学位论文, 清华大学, 2004.

[5] Aprile A, Benedetti A. Coupled flexural-shear design of RC beams strengthened with FRP. Composites Part B: Engineering 2004(35) 2004: 1-25.

[6] Deniaud C, Cheng J J R. Simplified shear design method for concrete beams strengthened with fiber reinforced polymer sheets. Journal of Composites for Construction 8(5) 2004: 425-33.

[7] Bousselham A, Omar C. Shear strengthening reinforced concrete beams with fiber-reinforced polymer: assessment of influencing parameters and required research. ACI Structural Journal 101(2) 2004: 219-27.

[8] SatoY, Ueda T, Kakuta Y, et al. Shear reinforceing effect of carbon fibre sheet attached to side of reinforced concrete beams. Advanced Composite Materials in Bridges and Structures 1996.

[9] Sato Y, Ueda T, Kakuta Y, et al. Ultimate shear capacity of reinforced concrete beams with carbon fibre sheet. Proceedings of 3rd Symposium Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (Japan) 1997.

[10] Taerwe L, Khalil H, Matthys S. Behaviour of R/C beams strengthened in shear by external CFRP sheets. Proceedings of III International Symposium Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (Japan) 1997.

[11] Khalifa A, Tumialan G, Naani A, et al. Shear strengthening of continuous reinforced concrete beams using externally bonded carbon fibre reinforced polymer sheets. Proceedings of the 4th International Symposium on Fibre Reinforced Polymer Reinforcement for Reinforcement Concrete Structures, ACI, 1999.

[12] Khalifa A., Nanni A. Improving shear capacity of existing RC T-section beams using CFRP composites. Cement & Concrete Composites. 2000, 22: 165-74.

[13] 吴刚, 安琳, 吕志涛. 碳纤维布用于钢筋混凝土梁抗剪加固的试验研究. 建筑结构 30(7) 2000: 16-20.

[14] Khalifa A., Nanni A. Rehabilitation of rectangular simply supported RC beams with shear deficiencies using CFRP composites. Construction and Building Materials 2002, 16: 135-146.

[15] 谭壮, 叶列平.纤维复合材料布加固混凝土梁受剪性能的试验研究. 土木工程学报. 2003, 36(11): 12-18

[16] Deniaud C, Cheng J J R. Shear behavior of reinforced concrete T-beams with externally bonded fiber-reinforced polymer sheets. ACI Structural Journal, 2001, 98(3): 386-394.

[17] Deniaud C, Cheng J J R. Reinforced concrete T-beams strengthened in shear with fiber reinforced polymer sheets. Jornal of Composites for Construction 2003, 7(4): 302-310.

[18] Adhikary B B, Mutsuyoshi H. Behavior of concrete beams strengthened in shear with carbon-fibre sheets. Journal of Composites for Construction. 2004, 8(3): 258-64.

[19] Adhikary B B, Mutsuyoshi H, Ashraf M. Shear strengthening of reinforced concrete beams using fiber-reinforced polymer sheets with bonded anchorage. ACI Structural Journal. 2004, 101(5): 660-668.

[20] Islam M R, Mansur M A, Maalej M. Shear strengthening of RC deep beams using externally bonded FRP systems. Cement & Concrete Composites 2005(27): 413-420.

[21] Bousselham A, Chaallal O. Behavior of reinforced concrete T-beams strengthened in shear with carbon fiber-reinforced polymer - an experimental study. ACI Structural Journal. 2006, 103(3): 339-347.

[22] Arduini M, Angelo D T, Nanni A. Brittle failure in FRP plate and sheet bonded beams. ACI Structure Journal 94(4) 1997: 363-70.

[23] Malek A M, Saadatmanesh H. Analytical study of reinforced concrete beams strengthened with web-bonded fiber reinforced plastic plates or fabrics. ACI Structure Journal 95(3) 1998: 343-52.

[24] Vecchio F J, Bucci F. Analysis of repaired reinforced concrete structures. Journal of Structural Engineering 125(6) 1999: 644-52.

[25] Kachlakev D, Miller T. Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates. Technical report 2001

[26] Wong R S Y, Vecchio F J. Towards modeling of reinforced concrete members with externally bonded fiber-reinforced polymer composites. ACI Structure Journal 100(1) 2003: 47-55.

[27] 张子潇, 叶列平, 陆新征. U 型 FRP 加固钢筋混凝土梁受剪剥离性能的有限元分析. 工程力学 22(4) 2005: 155-62.

[28] Neale K W, Ebead U A, Abdel Baky H M, et al. Analysis of the load-deformation behaviour and debonding for FRP-strengthened concrete structures. Advances in Structural Engineering 9(6), 2006: 751-763

[29] Lu X Z, Teng J G, Ye L P. Bond-Slip Models for FRP Sheets/plates Bonded to Concrete. Engineering Structures. 2005, 27: 920-37

[30] Vecchio F J, Collins M P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI Journal 83(2) 1986: 219-31.

[31] Collins M P. Towards a rational theory for RC members in shear. ASCE Journal of the structural division 104(ST4) 1978: 649-66.

[32] Hsu T T C. Softened truss model theory for shear and torsion. ACI Structure Journal 85(6) 1988: 624-35.

[33] Pang X B, Hsu T T C. Fixed angle softened truss model for reinforced concrete. ACI

Structure Journal 93(2) 1996: 197-207.

[34] Collins M P, Mitchell D, Adebar P, et al. A general shear design method. ACI Structure Journal 93(1) 1996: 36-45.

[35] Bentz E C. Sectional analysis of reinforced concrete members. PhD thesis, University of Toronto, 2000.

[36] Vecchio F J. Analysis of shear-critical reinforced concrete beams. ACI Structural Journal 97(1) 2000: 102-10.

[37] Wang T J, Hsu T T C. Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models. Computers and Structures 2001(79) 2001: 2781-91.

[38] Palermo D, Vecchio F J. Compression field modeling of reinforced cocnrete subjected to reversed loading: formulation. ACI Structural Journal 100(5) 2003: 616-25.

[39] Minelli F, Vecchio F J. Compression field modeling of fiber-reinforced concrete members under shear loading. ACI Structural Journal 103(2) 2006: 244-52.

[40] Foster S J, Marti P. Cracked membrane model: Finite element implementation. Journal of Structural Engineering 129(9) 2003: 1155-63.

[41] Malek A M, Saadatmanesh H. Ultimate shear capacity of reinforced concrete beams strengthened with web-bonded firber-reinforced plastic plates. ACI Structure Journal 95(4) 1998: 391-99.

[42] Lees J M, Winistorfer A U, Meier U. External prestressed carbon fiber-reinforced polymer straps for shear enhancement of concrete. Jornal of Composites for Construction 6(4) 2002: 249-56.

[43] 许克宾, 霍铭煊, 陈良江. 钢筋混凝土/预应力混凝土梁抗剪强度的软化桁架理论及试验研究. 铁道学报 13 1991: 88-96.

[44] 刘伟庆, 胡松林. 钢筋混凝土矩形截面复合受扭构件的软化桁架模型解. 东南大学学报 22(5) 1992: 76-83.

[45] 唐兴荣, 蒋永生, 丁大钧. 软化桁架理论在钢纤维高强砼低剪力墙中的应用. 建筑结构学报 14(2) 1993: 2-11.

[46] 季韬, 郑作樵, 郑建岚. 一种新的钢筋混凝土软化桁架模型. 建筑结构学报 22(1) 2001: 69-75.

[47] 尚守平, 王海东, 刘兴彦, 等. 钢筋混凝土约束梁贴 CFRP 抗剪加固理论分析. 四川建筑科学研究 29(4) 2003: 25-29.

[48] 王春苗, 冯振宇. FRP 加固钢筋混凝土梁斜截面承载力分析模型. 国防交通工程与技术 2003(4): 24-29.

[49] Nakaba K, Kanakubo T, Furuta T, et al. Bond behavior between fiber-reinforced polymer laminates and concrete. ACI Structural Journal 98(3) 2001: 359-67.

[50] Savoia M, Ferracuti B, Mazzotti C. Nonlinear bond-slip law for FRP-concrete interface. Proceedings of the 6th Fibre-reinforced polymer Reinforcemen for Concrete Structures (FRPRCS-6) 2003: 163-172

[51] Monti, G, Renzelli M, Luciani P. FRP adhesion in uncracked and cracked concrete zones. Proceedings of the 6th Fibre-reinforced polymer Reinforcemen for Concrete Structures

(FRPRCS-6) 2003: 184-192

[52] Ueda, T, Dai J G. Interface bond between FRP sheets and concrete substractes: properties, numerical modeling and roles in member behaviour. Progress in Structural Engineering and Materials 7(1) 2005: 27-43.

[53] 郭樟根, 孙伟民, 曹双寅. FRP 与混凝土界面黏结-滑移本构关系的试验研究. 土木工程学报 40(3) 2007: 1-5.

[54] Belarbi A, Hsu T T C. Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension-compression. ACI Structure Journal 92(5) 1995: 562-73.

[55] Belarbi A, Hsu T T C. Constitutive laws of concrete in tension and reinforcing bars stiffened by concrete. ACI Structure Journal 91(4) 1994: 465-72.

[56] Bentz E C. Sectional analysis of reinforced concrete members. PhD thesis, University of Toronto, 2000.

[57] Walraven J C. Fundamental analysis of aggregate interlock. ASCE Journal of the structural division 107(ST11) 1981: 2245-70.

[58] 中华人民共和国建设部. 混凝土结构设计规范 GB50010-2002. 北京: 建筑工业出版社, 2002

[59] Bresler B, Scordelis A C. Shear strength of reinforced concrete beams. ACI Journal 60(1) 1963: 51-74.

[60] Vecchio F J. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membrane. ACI Structural Journal 86(1) 1989: 26-35.

[61] Vecchio F J, Shim W. Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests. Journal of Structural Engineering 130(3) 2004: 460-69.

[62] Wang T, Hsu T T C. Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models. Computers and Structures 79 2001:2781-91.

[63] Yuan H, Teng J G, Seracino R, et al. Full-Range Behavior of FRP-To-Concrete Bonded Joints. Engineering Structures, 2004, 26: 553-565.

[64] 谭壮. GFRP 布加固混凝土梁受力性能的试验研究. 清华大学硕士学位论文, 北京, 2003

[65] Chen W F. Constitutive equations for engineering materials (Volume 2). Elsevier, 1994.

[66] Hognestad E. Inelastic behavior in tests of eccentrically loaded short reinforced concrete columns. ACI Journal 49(10) 1952: 117-139

[67] ACI Committee 440. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for Strengthening Concrete Structures

[68] fib. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures, Bulletin 14, 2001: 43-45

[69] The Concrete Society. Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials. Concrete Society Technical Report No.55, 2004

[70] Canada ISIS. Strengthening reinforced concrete structures with externally-bonded fiber reinforced polymers. Design Manual No. 4, 2001: 33-38

[71] JSCE. Recommendations for upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets. 2000:30-34

[72] 曹双寅, 潘建伍, 邱洪兴. 外贴纤维加固梁抗剪承载力计算方法分析. 东南大学学报(自然科学版) 32(4) 2002: 766-770.

[73] Ye L P, Lu X Z, Chen J F. Design proposals for the debonding strengths of FRP strengthened RC beams in the Chinese design code. Proceedings of the International Symposium on Bond Behavior of FRP in Structures. 2005: 55-62.

[74] Chen J F, Teng J G. Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. Journal of Structural Engineering, ASCE, 127(7), 2001:784-791.

[75] 狄谨. 无腹钢筋混凝土梁的抗剪承载力. 长安大学学报(自然科学版), 24(5) 2004: 43-47.

[76] Vecchio F J, Collins M P. Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory. ACI Structure Journal 85(3) 1988: 258-268.

致　谢

衷心感谢导师叶列平教授对我的精心指导。他的言传身教将使我终生受益。

在英国爱丁堡大学进行合作研究期间，承蒙陈建飞博士的热心指导与帮助，不胜感激。

感谢加拿大多伦多大学 Evan Bentz 博士提供的技术资料与指导。

在研究过程中，还得到了陆新征博士、冯鹏博士的指点与帮助，在此表示由衷的感谢。

感谢工程结构试验室全体老师和课题组各位同窗的热情帮助和支持。

本课题承蒙国家自然科学基金国际（地区）合作交流项目资助，特此致谢。

声　明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签　名：_____日　期：_____