

几何非线性分析——扁拱

曲哲 2006年3月

为了初步了解通用有限元程序处理高度几何非线性问题的能力，分别用 MARC 和 ABAQUS 对文献中频繁出现的一个扁拱进行了初步的分析。

扁拱为两端固定铰支，跨中受集中荷载。假设为矩形截面，线弹性材料，其参数如下列图表所示。

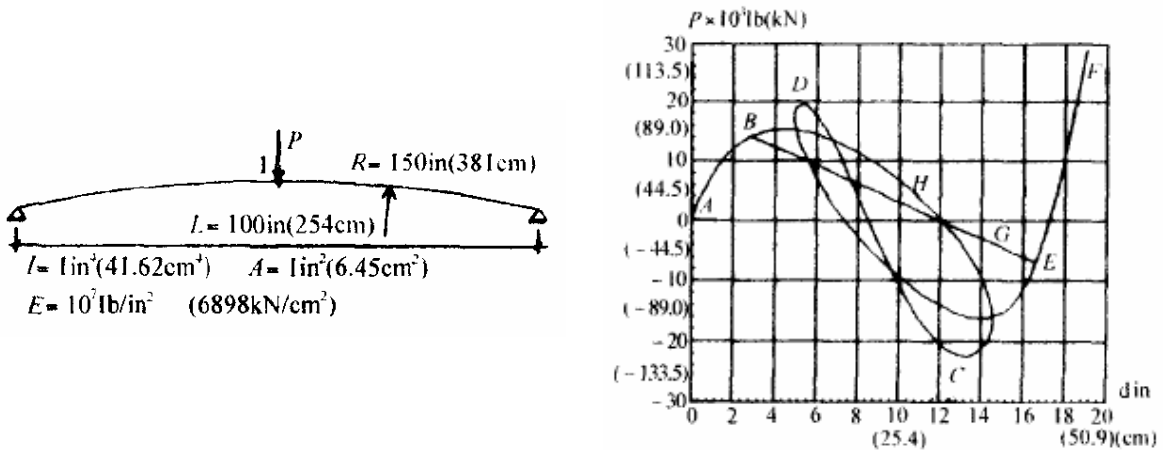


图 1: 扁拱构形与平衡路径

注意在图 1 中有两条平衡路径，一条是发生对称失稳的路径，即图中的 ABHCDEF；另一条是非对称失稳的路径，即 ABGEF。

表 1: 扁拱参数

跨度 (mm)	矢高 (mm)	截面高 (mm)	截面宽 (mm)	弹模 (MPa)
2540	218	88	7.3	68980

该扁拱取自文献朱忠义（1995），该文以柱面弧长法为主，辅以最小残余位移法和位移法，采用能量收敛准则来控制迭代过程，另外自己推导了基于 U.L. 格式的梁单元，得到了如图 2 中 Literature 曲线所示的全过程平衡路径。该路径与 Chrescilevski 和 Schmiior (1985) 得到的路径基本一致。故此处将其视为检验计算结果的标准路径。

首先分别在 ABAQUS 和 MARC 中建立与文献一致的有限元模型。均采用二结点梁单元，每半跨设四个单元。均以程序中各自默认的弧长法控制加载。

弧长法参数暂选取如表 2 所示。

表 2: 试算的弧长法参数

MARC 2005: Modified Riks-Ramm		ABAQUS 6.5-1: Riks	
Initial fraction	0.01	Max number of inc	5000
Maximum fraction	0.5	Initial arc length	1e-5

Max # Increments in Loadcase	5000	Minimum arc length	1e-5
Desired # Recycles / Increment	3	Maximum arc length	0.001
Max Ratio arc length / initial arc length	0.01	Estimated total arc length	1
Min Ratio arc length / initial arc length	0.001		

分别得到如图 2、3 所示的平衡路径。有趣的是，两个软件分别得到了非对称和对称失稳时的平衡路径。而非对称失稳的路径在文献中是通过加入初始缺陷获得的，这说明在 MARC 建模中有可能引入出人意料的误差，而这种误差在几何非线性强烈的分析中可能会对计算结果产生重要的影响。

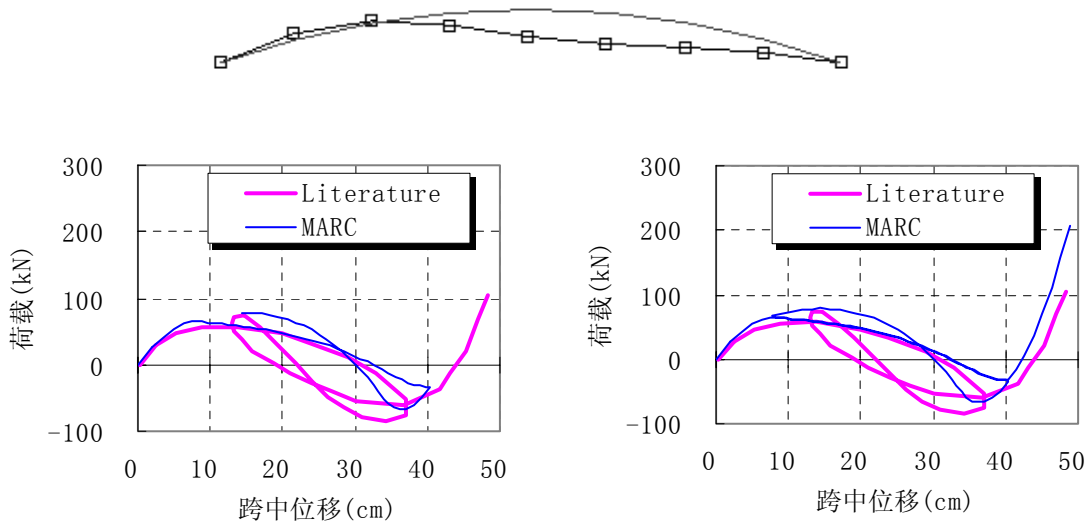


图 2: MARC 得到的非对称失稳时的平衡路径

ABAQUS 则得到与文献路径相似的结果，但吻合得还不太好。计算实践表明，计算的收敛性和对平衡路径跟踪的效果对弧长法参数的选取十分敏感，这使弧长法的应用变得困难。

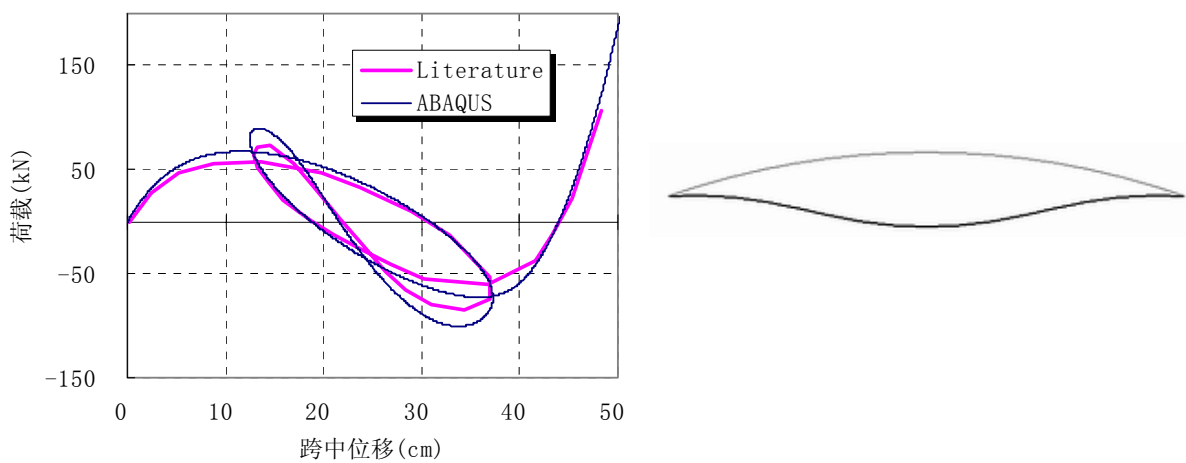


图 3: ABAQUS 得到的对称失稳时的平衡路径

参考文献:

Chresciewski, J. and Schmior, R.. "A Solution Control Method for Nonlinear Finite Element Post-Buckling Analysis of Structures." Post-Buckling of Elastic Structures Proceeding of the Euromech Colloquium, Edited by Z. S. Gaspar, 1985

朱忠义, 董石麟. "单层穹顶网壳结构的几何非线性跳跃失稳及分歧屈曲的研究." *空间结构* 1, no. 2 (1995): 8-17.