

ABAQUS 中梁板壳单元的弯曲问题

曲哲
2007-4-3

一、Euler-Bernoulli 梁与 Timoshenko 梁

在 ABAQUS 的单元库中，所有三次插值的梁单元（如 B23，B33 等），均为 Euler-Bernoulli 梁，而所有线性和二次插值的梁单元（如 B21，B22，B31，B32 等），均为 Timoshenko 梁。

(1) 细长梁与深梁

B23 为 2 结点三次插值的 Euler-Bernoulli 梁。由于在形成单元刚度矩阵时等效载荷项的被积函数至少是 3 次的，所以至少需要 2 个积分点才能达到完全的高斯积分。而在 ABAQUS 中，B23 有 3 个积分点，这意味着被积函数可以达到 5 次。总之 B23 是完全积分的单元。而 B21 和 B22 分别为 2 结点线性插值和 3 结点二次插值的 Timoshenko 梁，并且默认的采用减缩积分来避免剪切锁死。B22 只有 2 个积分点，B21 只有 1 个积分点，它们都只能达到 1 次的插值精度。

表 1：集中力作用下悬臂梁的自由端挠度（mm）

单元个数	细长梁 ($l/h=10$)				深梁 ($l/h=3$)			
	1	2	4	材力解	1	2	4	材力解
B23 (E-B 梁)	4.000	4.000	4.000	4.000	0.1080	0.1080	0.1080	0.1080
B21 (Timoshenko 梁)	3.734	3.955	4.010	4.000	0.1086	0.1145	0.1160	0.1080
B22 (Timoshenko 梁)	4.028	4.028	4.028	4.000	0.1165	0.1165	0.1165	0.1080

表 1 比较了上述三种梁单元在应用于细长梁和深梁受弯时的表现。问题描述如图 1 所示，为端部受集中载荷的悬臂梁。E-B 梁 B23 完全忠实于材料力解的解答，不考虑剪切应变的影响，并且只用 1 个 B23 单元就可以得到与材力解一致的结果。B21 和 B22 考虑了梁的剪切变形，其分析得到的挠度略大于材料力解。同时可以看出，B21 和 B22 用于细长梁时并没有发生剪切自锁。

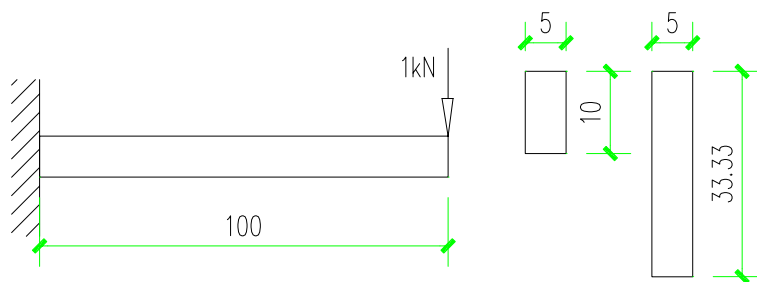


图 1：悬臂梁的构型图与截面图

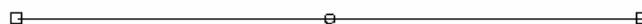
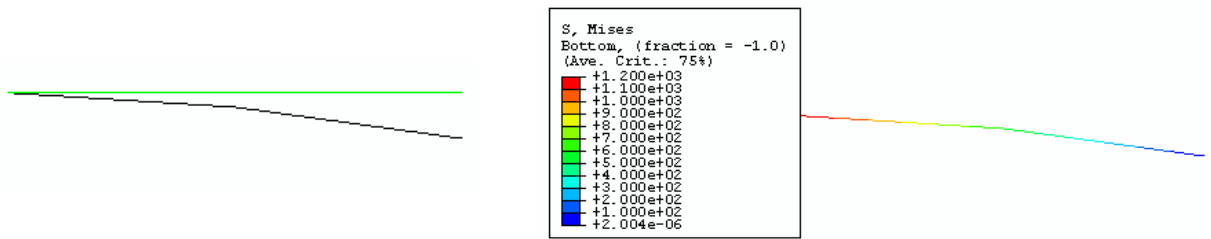
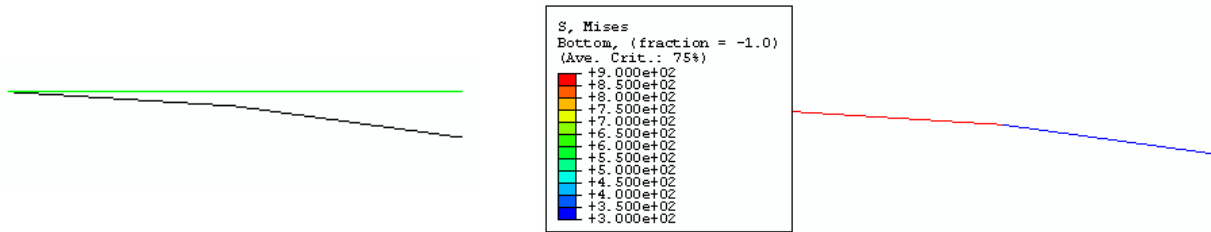


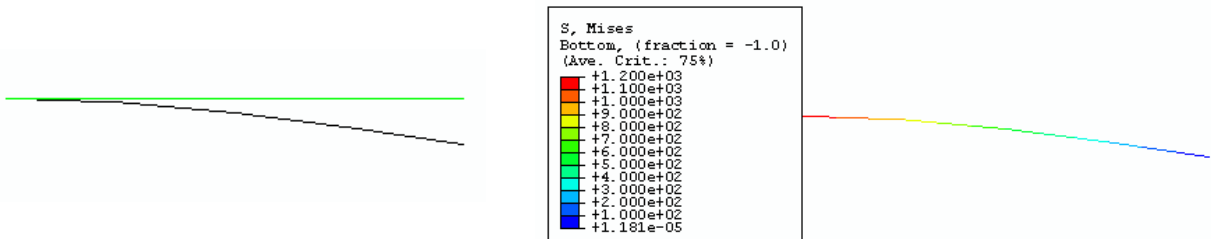
图 2：网格划分（2 个单元）



(a) B23 单元分析位移与应力结果



(b) B21 单元分析位移与应力结果



(c) B22 单元分析位移与应力结果

图 3: 悬臂梁在集中荷载作用下的位移与应力结果

图 3 显示了用上述三种单元分析得到的梁的变形结果和应力结果，模型均划分为 2 个单元（图 2），且均为图 1 中的细长梁。需要注意的是，ABAQUS 在后处理中并不显示梁内部的插值得到的位移，而只是以直线连接梁的各结点，所以即使 B23 是三次插值，其变形图看上去仍然像是线性插值。同时从图 3 (b)中可以看到，由于 B21 单元只有一个积分点，所以单元内应力为常数。

(2) 混合梁单元——轴力-弯矩耦合

ABAQUS 中还有一种用于模拟轴向刚度远大于弯曲刚度的梁的混合单元 (Hybrid element)。表 2 比较了混合单元 B21H 和一般的 Timoshenko 梁单元 B21 在压弯组合作用下的屈服荷载。构件与上节中一样，也是端部受集中载荷的悬臂梁，只是端部添加了恒定的轴力（图 5）。这里采用理想弹塑性材料。网格划分如图 4 所示。由表 2 可见，两种单元均能反映中轴力对于梁的屈服弯矩的影响。对于各向同性的对称截面，拉、压对于屈服弯矩的影响也是相同的，表 2 中的结果也反映了这一点。由此可以看出 ABAQUS 中的 Timoshenko 梁并非是轴力杆和弯曲梁的简单叠加。

表 2: 压弯作用下悬臂梁的屈服荷载 P_y (N)

	轴力 (N)		
	-5000	0	5000
B21 (Timoshenko 梁)	175.4	263.2	175.4
B21H (Hybrid 单元)	175.4	263.2	175.4

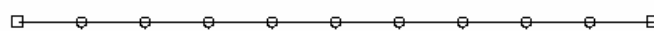


图 4: 网格划分 (10 个单元)

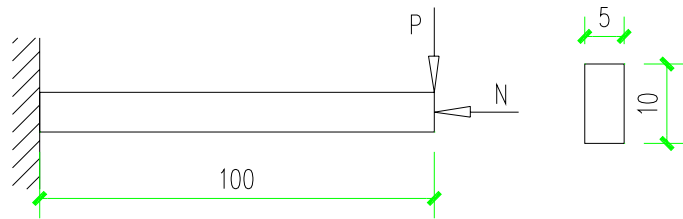


图 5：压弯悬臂梁的构型图与截面图

二、非协调薄板与 Mindlin 板

ABAQUS 中的板壳单元可以分为三类：（1）通用单元，包括轴对称壳单元 SAX1, SAX2 和 SAX2T 等，三角形或四边形的三维壳单元 S3, S4, S3R, S4R, S4RS, S3RS, S4RSW 等。（2）厚板单元，S8R。（3）薄板单元，以 Kirchhoff 假设为基础，包括三角形的 STRI3, STRI65 等和四边形的 S4R5, S8R5, S9R5（每个结点有 5 个自由度的超单元）等以及轴对称壳单元 SAXA。这些单元都引入了 DKT 约束。

（1）薄板与厚板

表 3 比较了上述三类板壳单元在应用于细长梁和深梁受弯时的表现。问题描述如图 6 所示，四边固支的正方形平板，中心受集中载荷，并根据对称性建立了 1/4 模型。当单元数目较多时，三种单元在薄板和厚板问题中都能给出比较接近的结果。

表 3：四边固支矩形平板在集中力作用下的中点挠度（mm）

单元个数	薄板 ($l/h=20$)			厚板 ($l/h=4$)		
	1	4	16	1	4	16
S4（通用单元）	1.237	23.79	26.83	0.2469	0.4822	0.5705
S8R（厚板单元）	30.07	26.46	27.84	0.4845	0.5433	0.6102
S8R5（薄板单元）	29.95	27.75	28.01	0.5044	0.5554	0.6163

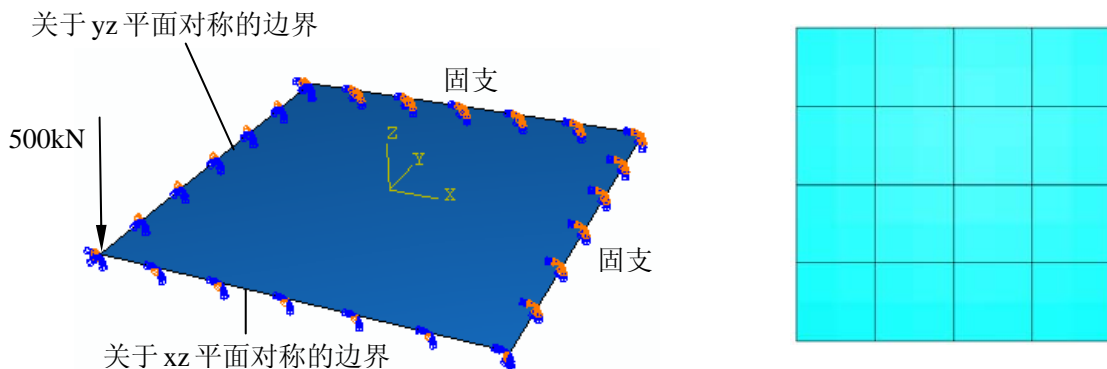
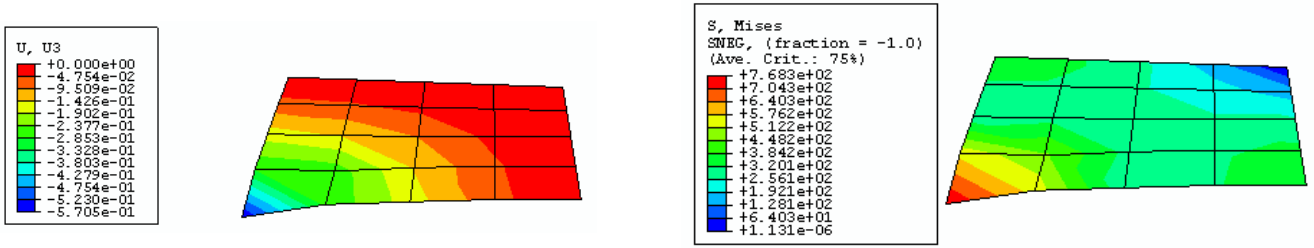
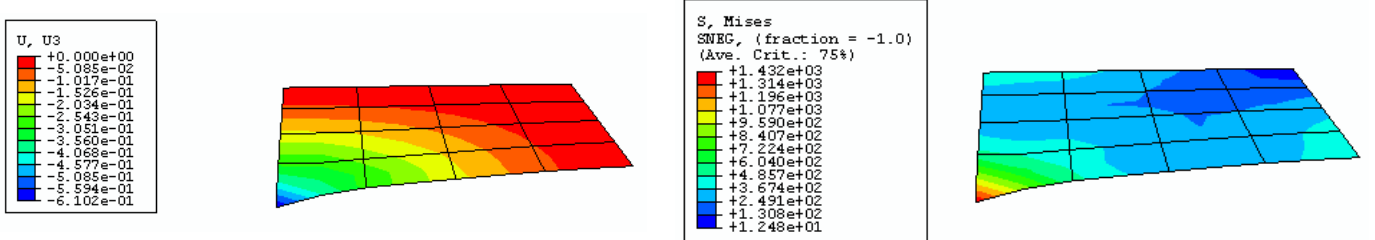


图 6：集中力作用下的平板及其网格划分（1/4 模型）

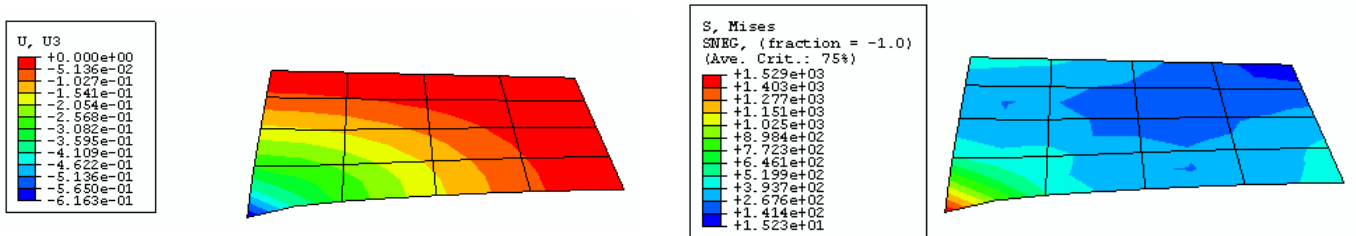
图 7 显示了三种单元分析得到的位移和应力结果。这些结果是基于薄板和图 6 所示的网格划分。三者的位移结果比较接近，而应力结果相差则比较大，尤其是 S4 单元与其它两个单元相比，板中的最大应力相差近一倍。



(a) S4 单元模型位移与应力结果



(b) S8R 单元模型位移与应力结果



(c) S8R5 单元模型位移与应力结果

图 7: 不同单元建模的分析结果

(2) 薄膜状态与弯曲状态的耦合

本节考察 S4 单元在处理板的压弯耦合时的表现。与上节相同，仍为四边固定的平板，采用 4×4 网格，全模型，中央受集中载荷（如图 8 所示）。板采用类似于钢材的理想弹塑性材料。在板内定义温度场，并在中央加载前首先升高温度使板均匀膨胀，以使板内达到 125MPa 的薄膜应力。然后再施加载荷。分析结果显示，该薄膜应力对板的屈服荷载没有影响。

表 4: 压弯作用下平板的屈服荷载 P_y (kN)

	初始薄膜应力 (MPa)		
	-125	0	125
S4 单元	76.6	76.6	76.6

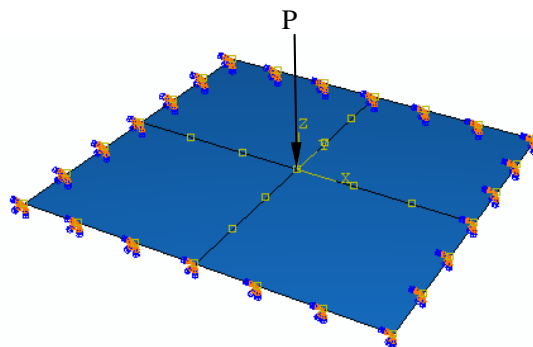


图 8: 压弯作用下的平板（全模型）

然而这并不能说明 S4 单元没有考虑薄膜状态与弯曲状态的耦合。因为在上述模型中，由材料收缩或膨胀施加的薄膜应力并非恒定，当板发生平面外弯曲时，薄膜应力不断降低，所以上述模型并不能明确的反应薄弱应力的影响。为此将上述模型的固支边界条件改为简支，采用恒定荷载施加薄弱应力，分析结果如图 9 所示。可以明显看到薄膜应力对板的屈服荷载的降低作用。可见 S4 考虑了薄弱应力对平面外弯曲行为的影响。

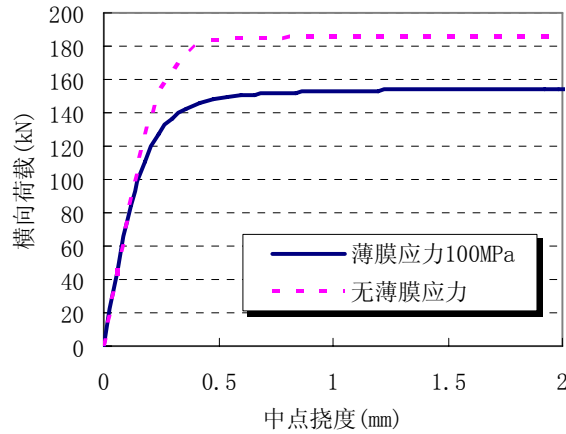


图 9：薄膜应力对板屈服荷载的影响（全模型）

三、轴对称壳单元与超参壳元

ABAQUS 中的壳单元在上节中已有描述，这里给出一个算例，比如轴对称模型与三维空间模型的表现。问题为顶部开有圆孔的半球壳。球半径 50mm，孔半径 12mm，球壳厚 5mm，底部简支（仅约束竖向位移）。在壳顶的圆孔周围施加竖向载荷。

(1) 轴对称模型

采用 SAX1 建立如图 10 所示模型，网格划分如图 11，共划分了 9 个单元。在模型顶部施加竖向载荷。注意这里施加的载荷应该等于圆孔周围所受均匀载荷的合力，单位为力的单位。

图 12、13 显示了分析得到的位移和应力结果。由图 12 可以看出，壳在顶压作用下，开孔处向内收缩，壳底部略向外扩张。图 13 显示，孔口应力最大。

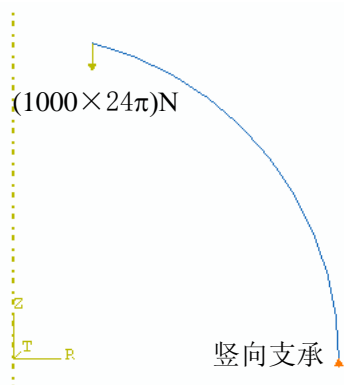


图 10：开孔球壳的轴对称模型

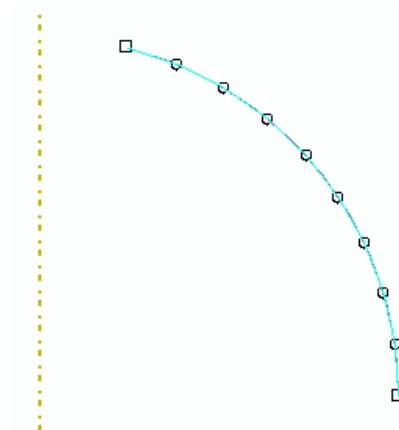


图 11：轴对称模型的网格划分

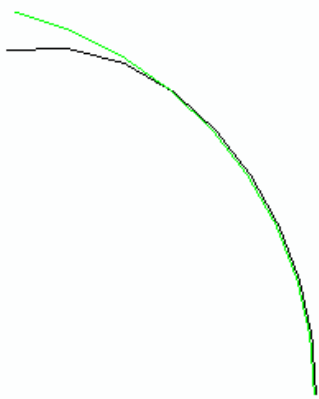


图 12: 轴对称模型的变形图

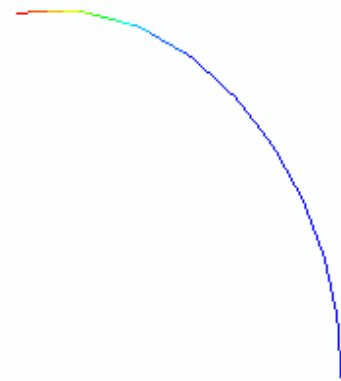
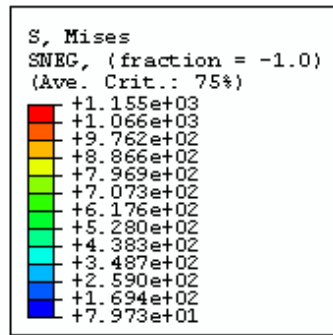


图 13: 轴对称模型的应力分布

(2) 超参壳元算例

采用 S4R5 建立如图 14 所示 1/4 模型。图 15、16 显示了分析得到的位移和应力结果。图 16 显示，孔口应力并非最大，最大应力出现在距孔口一定距离处。

图 17 比较了轴对称模型和 1/4 空间模型得到的沿母线的位移结果，可见无论是竖向位移还是水平位移，二者吻合得都非常好。然而在图 18 中，二者在母线上的应力结果却出现了较大的差别。在靠近孔口处，轴对称模型得到的应力明显高于空间模型，而在靠近壳底处轴对称模型的应力结果却较低。二者的应力分布趋势也明显不同。

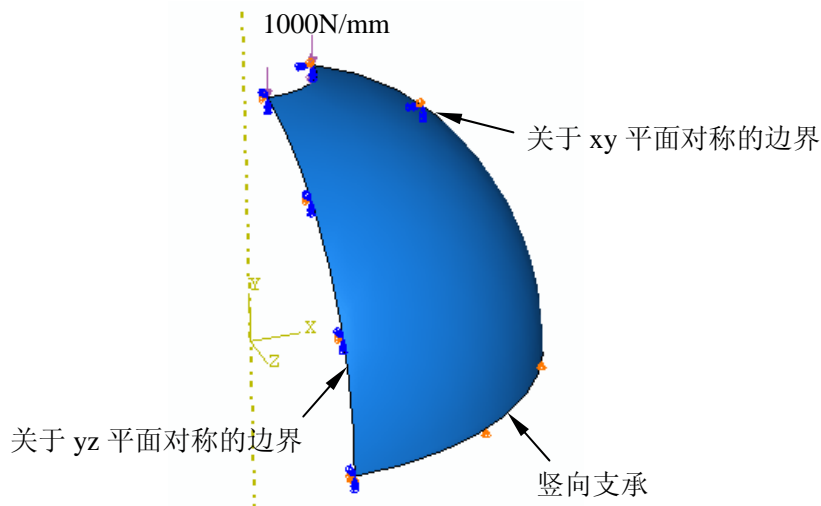


图 14: 开孔球壳的 1/4 模型

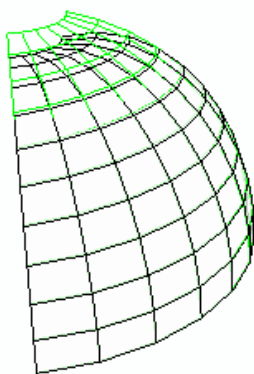


图 15: 1/4 模型的变形图

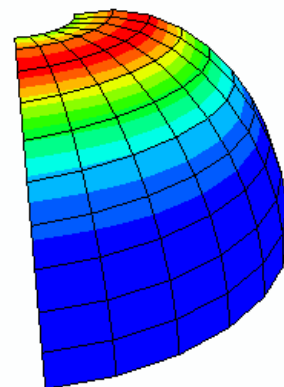
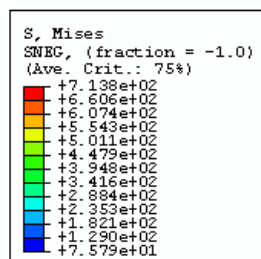


图 16: 1/4 模型的应力图

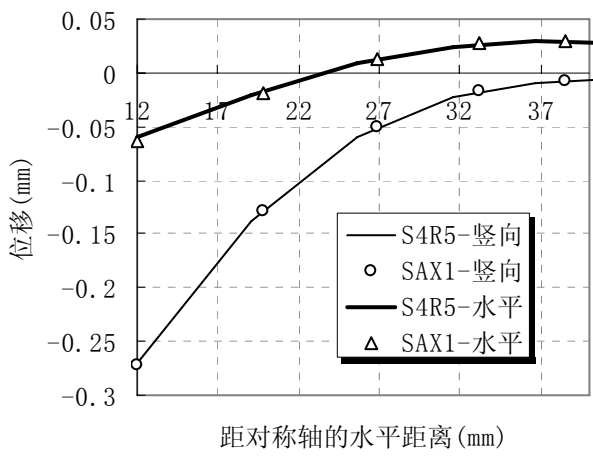


图 17: 轴对称模型与 1/4 模型位移计算结果的比较

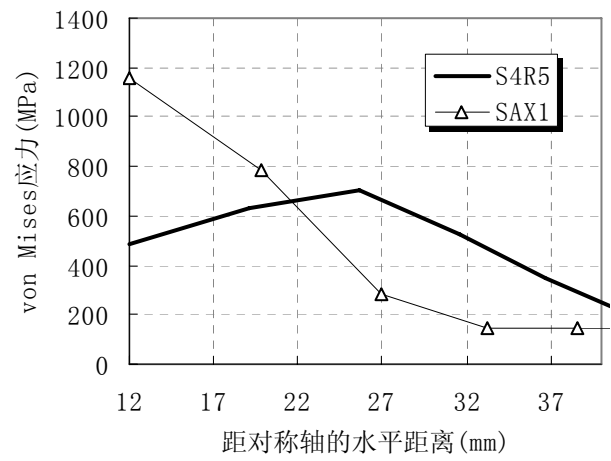


图 18: 轴对称模型与 1/4 模型应力计算结果的比较